

MÓDULO 5

Ecuaciones lineales

1° medio | 22 Horas pedagógicas

N1: Nivel 1, Objetivos imprescindibles MINEDUC
N2: Nivel 2, Objetivos integradores MINEDUC
N*: Objetivos no priorizados MINEDUC sugeridos por Aptus

Clase 1

2 horas pedagógicas | OA 4 | OA d, OA h, OA i, OA j, OA l, OA o | OA A

N1

Objetivo de clase

Resolver ecuaciones lineales con una incógnita.

Recursos pedagógicos

- Láminas clase 1
- Cuaderno cuadriculado de matemática

Vocabulario

- ecuación
- igualdad
- incógnita
- equivalencia

Pregunta de la clase: ¿cómo se resuelve una ecuación de primer grado con una incógnita?

Rutina matemática

Los estudiantes ingresan a la sala e inmediatamente se lleva a cabo la rutina del canasto de preguntas en 4 minutos con una o dos preguntas.

Al finalizar el tiempo de la actividad se explica el procedimiento o se explicita la respuesta esperada de forma que los estudiantes puedan corregir su trabajo. Esto último no puede superar los 4 minutos.

Preparar el aprendizaje

Revisión de aspectos del contenido de la clase anterior si es que se detectaron errores en la revisión del ticket de salida de la clase anterior.

El docente proyecta la **lámina 1a** en la que se presenta una pregunta de alternativas. Con ella, el docente realiza el procedimiento para encuestar la sala y generar discusión sobre los resultados.

R: Alternativa correcta: D.

Error o malentendido que revela cada alternativa incorrecta:

- Alternativa A: el estudiante considera que dos signos negativos juntos continúan siendo un signo negativo.
- Alternativa B: el estudiante transforma los signos negativos en uno positivo pero suma de forma incorrecta números enteros.
- Alternativa C: el estudiante realiza la resta correspondiente pero decide erróneamente el signo de la respuesta.

Lámina 1a

Clase 1

$-2 - (-6) =$

A -8 B 8 C -4 D 4

El docente proyecta la **lámina 1b** en la que se presenta una pregunta de alternativas. Con ella, el docente realiza el procedimiento para encuestar la sala y generar discusión sobre los resultados.

R: Alternativa correcta: A.

Error o malentendido que revela cada alternativa incorrecta:

- Alternativa B: el estudiante no resta correctamente entre números enteros, creyendo que siempre se sumarán los valores absolutos.
- Alternativa C: el estudiante realizó el ejercicio de izquierda a derecha sin respetar el orden de prioridad de operaciones.
- Alternativa D: el estudiante multiplica sin considerar reglas de signos y obtiene un resultado positivo.

Lámina 1b

Clase 1

$1 + (-2) \times 5 =$

A -9 B -11 C -5 D 11

El docente verbaliza: **"Hoy vamos a resolver ecuaciones con una incógnita"** y la pregunta de la clase será: **¿Cómo se resuelve una ecuación de primer grado con una incógnita?"**

Enseñar un nuevo conocimiento (1/3)

El docente presenta en la pizarra el contenido por medio de un **ejercicio resuelto** de un estudiante. Para esto proyecta la **lámina 1c** y verbaliza: "A continuación mostraré un ejercicio. Por el momento no deben resolverlo mentalmente ni por escrito, solo analizarlo."

El docente espera 15 segundos y verbaliza: "Ahora mostraré la resolución del ejercicio que deberán leer y analizar. Explíquense a sí mismos cada paso de la respuesta de la mejor forma que puedan. Muestran su pulgar hacia arriba cuando hayan finalizado de leer el ejercicio, aunque no hayan entendido absolutamente todas las líneas aún". Proyecta la **lámina 1d** y espera 45 segundos.

Una vez finalizado el tiempo, el docente proyecta la **lámina 1e** y solicita que realicen un Gira y discute con la siguiente pregunta:

Gira y discute:

- ¿Cómo podrías explicar el procedimiento realizado en la pizarra, paso por paso?

R: Para una ecuación que tiene solo una incógnita, se debe despejar tal incógnita para calcular su valor. Como en la parte izquierda hay un -3, se suma 3 a ambos lados de la igualdad ya que de esta forma el -3 sumado con 3 será 0, lo que despejará la x. Como en una igualdad

El docente da 1 minuto para que los estudiantes conversen con el compañero, luego indica que en las mismas duplas respondan las preguntas que aparecen en la lámina. Pone el temporizador en 3 minutos.

Lámina 1c

Clase 1

$4 = x - 3$

Calcula el valor de x que satisface la igualdad.

Lámina 1d

Clase 1

$4 = x - 3$

Calcula el valor de x que satisface la igualdad.

$4 = x - 3 / +3$

$4 + 3 = x - 3 + 3$

$7 = x + 0$

$7 = x$

$x = 7$

Lámina 1e

Clase 1

$4 = x - 3$

Calcula el valor de x que satisface la igualdad.

Responde:

1. ¿Cuál fue el primer paso que realizó el estudiante? ¿Por qué realizó ese paso?
2. ¿Cuál fue el último paso que realizó el estudiante? ¿Por qué realizó ese paso?
3. ¿Cómo hubiese cambiado el primer paso si el ejercicio fuese $4 = x + 3$?

Luego, proyecta la **lámina 1f** y comunica: "Quienes hayan finalizado de responder las preguntas realicen el ejercicio propuesto que se encuentra en la pizarra. Tienen 3 minutos."

Finalizado el tiempo el docente explicita la respuesta del Gira y discute y luego verbaliza: "Para poder entender correctamente el procedimiento, recordaremos la definición de algunos elementos que se muestran en el ejercicio:

- una ecuación es una igualdad entre dos expresiones en la que hay una o más variables desconocidas,
- una incógnita es una variable desconocida en una ecuación,
- el grado de una ecuación corresponde al mayor exponente de las incógnitas,
- una solución es un valor de la incógnita para el cual se cumple la igualdad, algunas ecuaciones pueden tener más de una solución,
- para verificar si el valor de una solución es correcto, basta reemplazar tal valor en la incógnita y corroborar si la igualdad se sigue cumpliendo.

Para resolver una ecuación de primer grado con una incógnita se aprovechan las propiedades de las igualdades. Cualquier cambio que se desee aplicar a un lado de la ecuación, solo se puede hacer si se aplica al otro también. Por ejemplo, algunos procedimientos que se pueden realizar:

- sumar 4 a ambos lados de la ecuación,
- restar 11,5 a ambos lados de la ecuación,
- multiplicar ambos lados de la ecuación por $\frac{3}{5}$,
- dividir ambos lados de la ecuación en -9.

Es importante notar que estas decisiones se toman para despejar la incógnita, lo que se traduce en mover a un lado de la ecuación todos los valores que contengan la incógnita y al otro lado los demás valores."

Nota al docente: es importante que a medida que se vayan señalando los elementos expuestos, se vaya apuntando en el desarrollo expuesto en la lámina, haciéndoles ver a los estudiantes cómo se ven estos elementos.

Práctica guiada (1/3)

El docente indica a los estudiantes que deben realizar la **actividad 1** de su **CT**, donde deben completar los valores faltantes en el desarrollo de un ejercicio, según corresponda. El docente pone el temporizador en 5 minutos y monitorea la actividad, resolviendo dudas y guiando a los estudiantes que tienen mayores dificultades.

Finalizado el tiempo el docente proyecta la **lámina 1g** para que los estudiantes corrijan su trabajo, analizando en qué se diferencia o asemeja su respuesta de la respuesta ejemplar. Pide a un par de estudiantes que haya identificado con respuestas incorrectas compartir sus reflexiones y explicar qué debe cambiar para obtener la respuesta correcta.

Lámina 1f
Clase 1

1f

$4 = x - 3$

Calcula el valor de x que satisfice la igualdad.

$4 = x - 3 / +3$
 $4 + 3 = x - 3 + 3$
 $7 = x + 0$
 $7 = x$
 $x = 7$

Responde:

1. ¿Cuál fue el primer paso que realizó el estudiante? ¿Por qué realizó ese paso?
2. ¿Cuál fue el último paso que realizó el estudiante? ¿Por qué realizó ese paso?
3. ¿Cómo hubiese cambiado el primer paso si el ejercicio fuese $4 = x + 3$?

Resuelve:

$x + 7 = -1$

Lámina 1g
Clase 1

1g

a. $x + 5 = 2 / -5$
 $x + 5 - 5 = 2 - 5$
 $x + 0 = 2 - 5$
 $x = 2 - 5$

$x = -3$

b. $3x = 9 / :$
 $\frac{3x}{3} = \frac{9}{3}$
 $1 \cdot x = 3$

$x = 3$

c. $100 = \frac{x}{10} / \cdot 10$
 $100 \cdot 10 = \frac{x}{10} \cdot 10$
 $1000 = x$

$x = 1000$

d. $x - 10 = 3 / + 10$
 $x - 10 + 10 = 3 + 10$

$x = 13$

e. $-4 = x + 6 / -6$
 $-4 - 6 = x + 6 - 6$
 $-10 = x$

$x = -10$

f. $x + \frac{1}{4} = \frac{5}{2} / - \frac{1}{4}$
 $x + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = \frac{5}{2} - \frac{1}{4}$

$x = \frac{9}{4}$

Enseñar un nuevo conocimiento (2/3)

El docente presenta en la pizarra el contenido por medio de un **ejercicio resuelto** de un estudiante. Para esto proyecta la **lámina 1h** y verbaliza: "A continuación mostraré un ejercicio. Por el momento no deben resolverlo mentalmente ni por escrito, solo analizarlo."

El docente espera 15 segundos y verbaliza: "Ahora mostraré la resolución del ejercicio que deberán leer y analizar. Explíquense a sí mismos cada paso de la respuesta de la mejor forma que puedan. Muestran su pulgar hacia arriba cuando hayan finalizado de leer el ejercicio, aunque no hayan entendido absolutamente todas las líneas aún". Proyecta la **lámina 1i** y espera 45 segundos.

Una vez finalizado el tiempo, el docente proyecta la **lámina 1j** y solicita que realicen un Gira y discute, con la siguiente pregunta:

Gira y discute:

- ¿Cómo podrías explicar el procedimiento realizado en la pizarra, paso por paso?

R: Nuevamente se trabaja con una ecuación de primer grado con una incógnita, por lo que el objetivo es despejar la x. El primer paso que se realizó fue multiplicar ambos lados de la ecuación por 4. Al hacer esto, $\frac{x}{4}$ por 4 da como resultado $\frac{4x}{4}$, al simplificar por 4 el numerador y denominador, lo que permite que se despeje la x. No obstante, para hacer eso también se deben multiplicar todos los otros términos por 4. Con el objetivo de despejar la x a un lado de la ecuación, se resta 4 a ambos lados de la igualdad, quedando así $x = 8$, la solución del ejercicio.

El docente da 1 minuto para que los estudiantes conversen con el compañero, luego indica que en las mismas duplas respondan las preguntas que aparecen en la lámina. Pone el temporizador en 3 minutos. Luego, proyecta la **lámina 1k** y comunica: "Quienes hayan finalizado de responder las preguntas realicen el ejercicio propuesto que se encuentra en la pizarra. Tienen 3 minutos."

Finalizado el tiempo el docente explicita la respuesta del Gira y discute y luego verbaliza: "Hay muchos tipos de ecuaciones y todas tienen más de una forma de resolverse, lo importante es establecer el objetivo que es despejar la incógnita correspondiente. En este caso el primer paso que se realizó fue multiplicar la igualdad por 4, pero por ejemplo, en el primer paso también se pudo haber restado 8 de la igualdad, ya que tal acción también nos acerca a despejar la incógnita. Lo importante es mantener el orden y comprobar la solución una vez establecida."

Lámina 1h Clase 1
Tema: Ecuación de primer grado

Ejercicio:

$$8 + \frac{x}{4} = 10$$

Calcula el valor de x que satisface la igualdad.

1h

Lámina 1i Clase 1
Tema: Ecuación de primer grado

Ejercicio:

$$8 + \frac{x}{4} = 10$$

Calcula el valor de x que satisface la igualdad.

Desarrollo:

$$\begin{aligned} 8 + \frac{x}{4} &= 10 / \cdot 4 \\ 8 \cdot 4 + \frac{x}{4} \cdot 4 &= 10 \cdot 4 \\ 32 + x &= 40 / - 32 \\ 32 - 32 + x &= 40 - 32 \\ x &= 8 \end{aligned}$$

1i

Lámina 1j Clase 1
Tema: Ecuación de primer grado

Ejercicio:

$$8 + \frac{x}{4} = 10$$

Calcula el valor de x que satisface la igualdad.

Desarrollo:

$$\begin{aligned} 8 + \frac{x}{4} &= 10 / \cdot 4 \\ 8 \cdot 4 + \frac{x}{4} \cdot 4 &= 10 \cdot 4 \\ 32 + x &= 40 / - 32 \\ 32 - 32 + x &= 40 - 32 \\ x &= 8 \end{aligned}$$

Responde:

1. ¿Cuál fue el primer paso que realizó el estudiante? ¿Pudo haber realizado otro paso primero?
2. ¿Cómo es posible cerciorarse de que 8 es la respuesta correcta?
3. Explica por qué en la segunda línea se multiplican todos los elementos por 4 y no solo $\frac{x}{4}$.

1j

Lámina 1k Clase 1
Tema: Ecuación de primer grado

Ejercicio:

$$8 + \frac{x}{4} = 10$$

Calcula el valor de x que satisface la igualdad.

Desarrollo:

$$\begin{aligned} 8 + \frac{x}{4} &= 10 / \cdot 4 \\ 8 \cdot 4 + \frac{x}{4} \cdot 4 &= 10 \cdot 4 \\ 32 + x &= 40 / - 32 \\ 32 - 32 + x &= 40 - 32 \\ x &= 8 \end{aligned}$$

Responde:

1. ¿Cuál fue el primer paso que realizó el estudiante? ¿Pudo haber realizado otro paso primero?
2. ¿Cómo es posible cerciorarse de que 8 es la respuesta correcta?
3. Explica por qué en la segunda línea se multiplican todos los elementos por 4 y no solo $\frac{x}{4}$.

Resuelve:

$$-5 = \frac{x}{5} - 10$$

Calcula el valor de x que satisface la igualdad.

1k

Práctica guiada (2/3)

El docente indica a los estudiantes que deben realizar la **actividad 2** de su **CT**, donde deben analizar un ejercicio desarrollado incorrectamente, responder una pregunta de reflexión y aplicar lo aprendido en un nuevo ejercicio. El docente pone el temporizador en 5 minutos y monitorea la actividad, resolviendo dudas y guiando a los estudiantes que tienen mayores dificultades.

Finalizado el tiempo el docente proyecta la **lámina 11** y **1m** para que los estudiantes corrijan su trabajo, analizando en qué se diferencia o asemeja su respuesta de la respuesta ejemplar. Pide a un par de estudiantes que haya identificado con respuestas incorrectas compartir sus reflexiones y explicar qué debe cambiar para obtener la respuesta correcta.

Enseñar un nuevo conocimiento (3/3)

El docente presenta en la pizarra la siguiente secuencia en la modalidad de **enseñanza silenciosa**:

Procedimiento: Resolver ecuaciones con incógnitas en ambos lados de la igualdad

$$\begin{aligned}
 & 3(x + 1) + 2 = -x + 2x \quad / \quad () \\
 & 3x + \underbrace{3 + 2} = -x + 2x \\
 & 3x + 5 = x - 3x \\
 & \underbrace{3x - 3x} + 5 = x - 3x \\
 & \quad \quad \quad 0 \quad 5 = -2x \quad / \quad : -2 \\
 & \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \frac{5}{-2} = \frac{-2x}{-2} \\
 & \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \left(-\frac{5}{2} = x \right) \\
 & \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad x = -\frac{5}{2}
 \end{aligned}$$

Una vez que finaliza de escribir la secuencia, el docente solicita que realicen un Gira y discute:

Gira y discute:

- ¿Sigue siendo esta igualdad una ecuación de primer grado con una incógnita? ¿Por qué?

R: A pesar de que x se repite muchas veces en ambos lados de la igualdad, el ejercicio sigue teniendo solo una incógnita. Y dado que todas las x están elevadas como máximo a 1, el grado de la ecuación sigue siendo 1, por lo que el ejercicio es una ecuación de primer grado con una incógnita.

11

Lámina 11 Clase 1

<p>Ejercicio incorrecto de Romina</p> <p>Resuelve la siguiente ecuación.</p> $4 = -x + 2 / -2$ $4 - 2 = -x + 2 - 2$ $2 = -x$ $x = 2$	<p>Reflexión</p> <p>Romina no obtuvo el valor de x, sino que de -x. Para poder despejar x Romina debió agregar un nuevo paso en el que se multiplica por -1 ambos lados de la igualdad, de esta forma -x se transformaría en x y la incógnita estaría despejada.</p> <p>Responde</p> <p>¿Por qué x es distinto a -x?</p> <p>x y -x son opuestos aditivos. Eso quiere decir que para cualquier número real distinto de 0, x y -x tendrán el mismo valor absoluto pero con signo contrario.</p>	<p>Resuelve la siguiente ecuación.</p> $6 = 1 - x$ $6 - 1 = 1 - x - 1$ $5 = -x$ $5 = -x / -1$ $5 \cdot -1 = -x \cdot -1$ $-5 = x$ $x = -5$
---	--	--

1m

Lámina 1m Clase 1

<p>Ejercicio incorrecto de Enrique</p> <p>Resuelve la siguiente ecuación.</p> $1 - \frac{x}{6} = 3 / +6$ $1 - \frac{x}{6} + 6 = 3 + 6$ $1 - x = 18 / -1$ $1 - 1 - x = 18 - 1$ $-x = 17 / -1$ $-x \cdot -1 = 17 \cdot -1$ $x = -17$	<p>Reflexión</p> <p>Enrique decidió multiplicar la igualdad por 6 en el primer paso. Esta es una decisión correcta, pero para ejecutarla correctamente se deben multiplicar todos los términos de los lados izquierdo y derecho por 6, y Enrique no multiplicó el 1 del lado izquierdo por 6.</p> <p>Responde</p> <p>¿Pudo Enrique haber multiplicado por -6 en vez de multiplicar por 6 y posteriormente por -1?</p> <p>Hubiese sido válido haber multiplicado la igualdad por -6, ya que como se ve, Enrique multiplica por 6 y -1 en secciones separadas, y el hacerlo todo en el mismo momento le permite llegar en menos pasos a la solución del ejercicio.</p>	<p>Resuelve la siguiente ecuación.</p> $5 = 2 - \frac{x}{4}$ $5 = 2 - \frac{x}{4} / +4$ $5 \cdot 4 = 2 \cdot 4 - \frac{x}{4} \cdot 4$ $-20 = -8 + x / +8$ $-20 + 8 = -8 + 8 + x$ $-12 = x$ $x = -12$
---	---	--

Da un minuto y luego pide respuestas al azar. Si las respuestas dadas son incompletas, en vez de pedir otra respuesta, pide que otros complementen lo dicho incentivando hábitos de discusión. Es importante recordar a los estudiantes que deben hablar con un volumen de voz adecuado, mirar a quien habla y escuchar atentamente y con respeto. También los incentiva a utilizar frases de inicio como "Estoy de acuerdo con... porque...", "Estoy en desacuerdo con... porque..." y "Entiendo lo que dice... y quisiera agregar...". Luego se vuelve a los estudiantes que contestaron incompletamente para corroborar el aprendizaje. El docente explicita la respuesta esperada.

Verbaliza: "A pesar de que en este ejercicio la variable está en más de una parte, el objetivo es el mismo. Para despejar la incógnita es importante eliminar de un lado de la igualdad todas las incógnitas, y del lado donde sí están las incógnitas, eliminar todos los términos conocidos (que no son incógnitas)."

El docente pide a los estudiantes que en 2 minutos copien los procedimientos en sus cuadernos de matemática.

Práctica guiada (3/3)

El docente indica a los estudiantes que deben realizar la **actividad 3** de su **CT**, donde encontrarán ejercicios que progresivamente estarán menos resueltos. Para cada ejercicio deben completar con el procedimiento restante hasta calcular lo indicado. El docente pone el temporizador en 4 minutos y monitorea la actividad, resolviendo dudas y guiando a los estudiantes que tienen mayores dificultades.

Finalizado el tiempo el docente proyecta la **lámina 1n** para que los estudiantes corrijan su trabajo, analizando en qué se diferencia o asemeja su respuesta de la respuesta ejemplar. Pide a un par de estudiantes que haya identificado con respuestas incorrectas compartir sus reflexiones y explicar qué debe cambiar para obtener la respuesta correcta.

Lámina 1n Clase 1
Ejercicios de ecuaciones lineales

a. Resuelve la siguiente ecuación.

$$4(x+1) = x+3$$

$$4x+4 = x+3 / -x$$

$$4x-x+4 = x-x+3$$

$$3x+4 = 3 / -4$$

$$3x+4-4 = 3-4$$

$$3x = -1 / :3$$

$$x = \frac{-1}{3}$$

b. Resuelve la siguiente ecuación.

$$-2(x+0,5) = 3x + \frac{2}{3}$$

$$-2x - 1 = 3x + \frac{2}{3} / -3x$$

$$-2x - 3x - 1 = 3x - 3x + \frac{2}{3}$$

$$-x - 1 = \frac{2}{3} / +1$$

$$-x - 1 + 1 = \frac{2}{3} + 1$$

$$-x = \frac{3}{3} / -1$$

$$-x + 1 = \frac{3}{3} - 1$$

$$x = -\frac{2}{3}$$

c. Resuelve la siguiente ecuación.

$$1 - 5x = 3(2x + 1)$$

$$1 - 5x = 6x + 3 / -6x$$

$$1 - 5x + 6x = 6x + 6x + 3$$

$$1 + x = 3$$

$$1 + x = 3 / -1$$

$$1 - 1 + x = 3 - 1$$

$$x = 2$$

d. Resuelve la siguiente ecuación.

$$-2x + 10 = -8x - 2$$

$$-2x + 8x + 10 = -8x - 2 / + 8x$$

$$-2x + 8x + 10 = -8x + 8x - 2$$

$$6x + 10 = -2 / -10$$

$$6x + 10 - 10 = -2 - 10$$

$$6x = -12 / :6$$

$$x = -2$$

Práctica independiente

Los estudiantes resuelven las **actividades 4 hasta la 8** del **CT** de la **clase 1**. El docente escanea la sala de clases y se asegura de que todos estén en la tarea antes de circular por la sala para monitorear el trabajo de los estudiantes.

El docente revisa en particular la **actividad 4**. Si detecta un error generalizado, detenga la actividad y aclare nuevamente el concepto, modelando con otro ejercicio o mostrando el trabajo de algún estudiante que haya cometido el error (destacando primero lo que sí logra y después cómo podría mejorarse).

Proyecta la **lámina 1★** para que los estudiantes puedan autocorregir su trabajo.

Consolidar el aprendizaje

Corrigen en conjunto la actividad que se monitoreó, apoyándose de la **lámina 1★★** que tiene el ejercicio sin respuesta.

El docente realiza las preguntas:

- Al resolver una ecuación ¿cuál es la parte del procedimiento que más les cuesta?
- ¿Por qué esa parte?

Pide a todos los estudiantes que escriban la respuesta en su cuaderno en 1 minuto y anticipa que pedirá a algunos que compartan en voz alta su respuesta. Luego de poner el temporizador monitorea que los estudiantes respondan a la instrucción. Finalmente pide a tres estudiantes al azar que respondan en voz alta y agradece su participación.

- El docente recuerda a los estudiantes la pregunta de la clase y solicita respuestas al azar (**¿Cómo se resuelve una ecuación de primer grado con una incógnita?**):

R: Una ecuación de primer grado se resuelve despejando la incógnita, lo que significa eliminar la incógnita de un lado de la igualdad y al otro lado que quede solamente la variable desconocida. Para realizar esto se pueden realizar diferentes procedimientos utilizando las propiedades de las igualdades, como son sumar, restar, multiplicar y dividir ambos lados de la igualdad por valores a conveniencia, que se deciden en función del despeje de la incógnita.

El docente da la palabra a un estudiante para contestar cada pregunta, si la respuesta no estuviera completa pide a otro estudiante que la complete incentivando hábitos de discusión.

Realizan el ticket de salida.

Nota al docente: imprima y corte las preguntas en el **material complementario** (o cópielas en distintos papeles) y póngalas en el canasto de conocimiento.

Ticket de salida

Resuelve las siguientes ecuaciones con una incógnita:

1. $\frac{x}{4} + 1 = -2 - x$

$$x = -\frac{12}{5}$$

2. $-1 - \frac{x}{6} = -3x + \frac{x}{3}$

$$x = \frac{2}{5}$$

★ TICKET DE SALIDA ★

Nombre del alumno:

Resuelve las siguientes ecuaciones con una incógnita:

1. $\frac{x}{4} + 1 = -2 - x$

2. $-1 - \frac{x}{6} = -3x + \frac{x}{3}$

★ TICKET DE SALIDA ★

Nombre del alumno:

Resuelve las siguientes ecuaciones con una incógnita:

1. $\frac{x}{4} + 1 = -2 - x$

2. $-1 - \frac{x}{6} = -3x + \frac{x}{3}$

★ TICKET DE SALIDA ★

Nombre del alumno:

Resuelve las siguientes ecuaciones con una incógnita:

1. $\frac{x}{4} + 1 = -2 - x$

2. $-1 - \frac{x}{6} = -3x + \frac{x}{3}$

Preguntas para el canasto de conocimiento clase 1

- Resuelve la siguiente ecuación con una incógnita: $2x + 6 = -4 - x$

$R: x = -\frac{10}{3}$

- Resuelve la siguiente ecuación con una incógnita: $x + 1 = 10 - \frac{2x}{4}$

$R: x = 6$

Saber	Mostrar
<ul style="list-style-type: none"> Una ecuación es una igualdad en la que al menos uno de los términos es una incógnita. Una ecuación tiene distintos elementos, como las incógnitas y las soluciones. Las ecuaciones de primer grado con una incógnita se pueden resolver despejando la incógnita usando las propiedades de las igualdades. 	<ul style="list-style-type: none"> Reconoce una ecuación y la distingue de otras de distintos grados o cantidad de incógnitas. Identifica cuáles son las operaciones que debe aplicar a la igualdad con el objetivo de despejar la incógnita de una ecuación. Resuelve ecuaciones lineales con una incógnita, identificando el valor de la solución.

Actividad 4 monitoreada: Analiza el siguiente ejercicio resuelto, responde las preguntas y aplica lo aprendido en un ejercicio nuevo.

<p>Analiza el siguiente ejercicio</p> <p>Calcula el valor de la solución para la ecuación</p> $\frac{x}{3} + 2 = \frac{-4x}{9}$ <p>Analiza el desarrollo correcto de Paula</p> $2 + \frac{x}{3} = \frac{-4x}{9} / \cdot 9$ $2 \cdot 9 + \frac{x}{3} \cdot 9 = \frac{-4x}{9} \cdot 9$ $18 + 3x = -4x / + 4x$ $18 + 3x + 4x = -4x + 4x$ $18 + 7x = 0 / - 18$ $18 - 18 + 7x = 0 - 18$ $7x = -18 / : 7$ $\frac{7x}{7} = \frac{-18}{7}$ $x = -\frac{18}{7}$	<p>Reflexiona</p> <p>1. ¿Cómo decidió Paula que debía multiplicar en el primer paso la igualdad por 9?</p> <p><u>Dado que hay denominadores 3 y 9 en las incógnitas, ayudará a despejar el ejercicio multiplicar por el mínimo común múltiplo de 3 y 9, ya que desaparecerán los denominadores.</u></p> <hr/> <p>2. En el primer paso, ¿pudo Paula haber multiplicado por otro número? ¿Cuál?</p> <p><u>Pudo haber multiplicado por cualquier múltiplo común entre 3 y 9. Naturalmente se escoge el mínimo, ya que así el ejercicio se mantiene con los números de menor valor absoluto posible.</u></p> <hr/> <p>3. ¿Cómo cambiaría el paso 1 si el lado derecho de la ecuación hubiese sido $\frac{-4x}{5}$?</p> <p><u>Habría que buscar un múltiplo común entre 3 y 5. En caso de escoger el mínimo común múltiplo, sería 15.</u></p> <hr/> <hr/> <hr/>
--	---

Tu turno

Calcula el valor de la solución para la ecuación

$$\begin{aligned}
 -1 + \frac{2x}{6} &= \frac{x}{4} + x + 2 \\
 -1 + \frac{2x}{6} &= \frac{x}{4} + x + 2 \cdot 12 \\
 -1 \cdot 12 + \frac{2x}{6} \cdot 12 &= \frac{x}{4} \cdot 12 + x \cdot 12 + 2 \cdot 12 \\
 -12 + 4x &= 3x + 12x + 24 \quad + 12 \\
 4x &= 3x + 12x + 36 \\
 4x &= 15x + 36 \quad - 15x \\
 -11x &= 36 \quad /: -11 \\
 x &= -\frac{36}{11}
 \end{aligned}$$

Errores comunes	¿Cómo aclararlo?	Frecuencia de aparición
<ul style="list-style-type: none"> Resolver ecuaciones del tipo $x + \frac{a}{b} = c$ mediante reglas del tipo "a pasa restando" sin considerar que tal estrategia se adapta a contextos específicos. 		
<ul style="list-style-type: none"> Resolver ecuaciones del tipo $\frac{x}{a} + b = c$ mediante reglas del tipo "a pasa multiplicando" sin considerar que tal estrategia se adapta a contextos específicos. 		
<ul style="list-style-type: none"> Al existir elementos fraccionarios en la ecuación, multiplicar solo algunos elementos de la igualdad, y no todos por igual. 		
<ul style="list-style-type: none"> Identificar la solución como $-x$ y no como x. 		

Clase 2

2 horas pedagógicas | OA 4 | OA d, OA h, OA i, OA j, OA l, OA o | OA A

N1

Objetivo de clase

Reconocer los elementos presentes en ecuaciones lineales con dos incógnitas.

Recursos pedagógicos

- Láminas clase 2
- Cuaderno cuadriculado de matemática

Vocabulario

- ecuación
- incógnita
- solución
- par ordenado

Pregunta de la clase: ¿cuáles son los elementos de una ecuación lineal con dos incógnitas?

Rutina matemática

Los estudiantes ingresan a la sala e inmediatamente se lleva a cabo la rutina del canasto de preguntas en 4 minutos con una o dos preguntas.

Al finalizar el tiempo de la actividad se explica el procedimiento o se explicita la respuesta esperada de forma que los estudiantes puedan corregir su trabajo. Esto último no puede superar los 4 minutos.

Preparar el aprendizaje

Revisión de aspectos del contenido de la clase anterior si es que se detectaron errores en la revisión del ticket de salida de la clase anterior.

El docente proyecta la **lámina 2a** en la que se presenta una pregunta de alternativas. Con ella, el docente realiza el procedimiento para encuestar la sala y generar discusión sobre los resultados.

R: Alternativa correcta: A.

Error o malentendido que revela cada alternativa incorrecta:

- Alternativa B: el estudiante no aplica las reglas de signos en la división de números enteros.
- Alternativa C: el estudiante suma 1 a ambos lados de la igualdad en vez de restarlo.
- Alternativa D: el estudiante suma $2x$ a ambos lados de la igualdad en vez de restarlo.

Lámina 2a

Clase 2

Resuelve $5x + 1 = 2x - 11$

A $x = -8$

B $x = 4$

C $x = -\frac{10}{3}$

D $x = -\frac{10}{7}$

El docente proyecta la **lámina 2b** en la que se presenta una pregunta de alternativas. Con ella, el docente realiza el procedimiento para encuestar la sala y generar discusión sobre los resultados.

R: Alternativa correcta: C.

Error o malentendido que revela cada alternativa incorrecta:

- Alternativa A: el estudiante no considera que el grado de la ecuación debe ser 1.
- Alternativa B: el estudiante no considera que debe ser solo una incógnita.
- Alternativa D: el estudiante no considera que debe haber una incógnita.

Lámina 2b

Clase 2

¿Cuál de las siguientes es una ecuación de primer grado con una incógnita?

A $x^2 + 6 = 1$ B $x - y = 5$ C $6 + x = 2 + 4x$ D $4 - 3 = 1$

El docente verbaliza: “**Hoy vamos a reconocer los elementos presentes en ecuaciones lineales con dos incógnitas** y la pregunta de la clase será: **¿Cuáles son los elementos de una ecuación lineal con dos incógnitas?**”

Enseñar un nuevo conocimiento (1/4)

El docente en la pizarra presenta la siguiente secuencia en la modalidad de **enseñanza silenciosa**:

Definición: Ecuación lineal con dos incógnitas

$x \quad \times$	$-x + y - 1 - x = y + y - 2x \quad \checkmark$	$2x + 2xy + y = 0 \quad \times$
$x = 1 \quad \times$	$-x + x - 2x + 4 = x + 1 \quad \times$	$2x + 2x + 2y + y = 0 \quad \checkmark$
$x + y = 1 \quad \checkmark$	$6y + 8y = 12 \quad \times$	$x + y = 0 \quad \checkmark$
$y = 1 \quad \times$	$6y + 8x = 12 \quad \checkmark$	$x = y \quad \checkmark$
$x + y = 2 \quad \checkmark$	$6y^2 + 8x = 12 \quad \times$	$xy = 4 \quad \times$
$x + 2 = y \quad \checkmark$	$6y + 8x^2 = 12 \quad \times$	$x + xy = 4 \quad \times$
$-x - 1 = y + 8 \quad \checkmark$	$2x^2 + 2xy + y^2 = 0 \quad \times$	

Una vez que finaliza de escribir la secuencia, el docente solicita que realicen un Gira y discute:

Gira y discute:

- ¿Qué tienen en común los elementos que validé y qué los diferencia de los que no validé?

R: Los elementos validados por el profesor son ecuaciones en las que hay dos incógnitas, y cada incógnita está elevada a 1. Los elementos que no fueron validados tienen una cantidad de incógnitas diferente a 2, grados superiores a 1 y en algunos casos presenta el producto de las incógnitas.

Da un minuto y luego pide respuestas al azar. El docente da la palabra a un estudiante para compartir lo que conversó con su compañero en la instancia de Gira y discute, si la respuesta no estuviera completa pide a otro estudiante que la complete incentivando hábitos de discusión. Es importante recordar a los estudiantes que deben hablar con un volumen de voz adecuado, mirar a quien habla y escuchar atentamente y con respeto. También los incentiva a utilizar frases de inicio como “Estoy de acuerdo con... porque...”, “Estoy en desacuerdo con... porque...”, “Otro ejemplo de lo que comentó...es...” y “Entiendo lo que dice... y quisiera agregar...”. Luego se vuelve a los estudiantes que contestaron incompletamente para corroborar el aprendizaje. El docente explicita la respuesta esperada.

El docente proyecta la **lámina 2c** y verbaliza: "Una ecuación de primer grado con dos incógnitas o ecuación lineal con dos incógnitas corresponde a una expresión de la forma $ax + by = c$, donde a , b y c son números racionales (a y b son distintos de 0). Si se despeja y , estas ecuaciones se pueden escribir como $y = -\frac{a}{b}x + \frac{c}{b}$."

El docente pide a los estudiantes que en 2 minutos copien los procedimientos en sus cuadernos de matemática.

Práctica guiada (1/4)

El docente indica a los estudiantes que deben realizar la **actividad 1** de su **CT**, donde deben identificar si determinadas afirmaciones son verdaderas o falsas, justificando debidamente. El docente pone el temporizador en 5 minutos y monitorea la actividad, resolviendo dudas y guiando a los estudiantes que tienen mayores dificultades.

Finalizado el tiempo el docente proyecta la **lámina 2d** para que los estudiantes corrijan su trabajo, analizando en qué se diferencia o asemeja su respuesta de la respuesta ejemplar. Pide a un par de estudiantes que haya identificado con respuestas incorrectas compartir sus reflexiones y explicar qué debe cambiar para obtener la respuesta correcta.

Enseñar un nuevo conocimiento (2/4)

El docente en la pizarra presenta el contenido por medio de un **ejercicio resuelto** de un estudiante. Para esto proyecta la **lámina 2e** y verbaliza: "A continuación mostraré un ejercicio. Por el momento no deben resolverlo mentalmente ni por escrito, solo analizarlo."

El docente espera 15 segundos y verbaliza: "Ahora mostraré la resolución del ejercicio que deberán leer y analizar. Explíquense a sí mismos cada paso de la respuesta de la mejor forma que puedan. Muestran su pulgar hacia arriba cuando hayan finalizado de leer el ejercicio, aunque no hayan entendido absolutamente todas las líneas aún". Proyecta la **lámina 2f** y espera 45 segundos.

Una vez finalizado el tiempo, el docente proyecta la **lámina 2g** y solicita que realicen un Gira y discute con la siguiente pregunta:

Gira y discute:

- ¿Cómo podrías explicar el procedimiento realizado en la pizarra, paso por paso?

R: Se despeja y utilizando las propiedades de las igualdades. Dado que el objetivo es despejar y , se decide que los procedimientos apuntarán a dejar todos los elementos que sí presenten y a un lado, y al otro lado todos los que no presenten y . El primer paso fue multiplicar por dos para que se pudiera eliminar el denominador de una de las y , para luego restar 16 de la igualdad para que la misma y fuera despejada en un lado. El próximo paso fue restar $2y$ de la igualdad para eliminar las y del lado izquierdo de la ecuación y finalmente multiplicar por -1 para que la incógnita pasara a ser positiva.

Lámina 2c

Clase 2

2c

$$ax + by = c$$

$$y = -\frac{a}{b}x + \frac{c}{b}$$

Lámina 2d

Clase 2

2d

Actividad 1: Identifica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifica todas las respuestas.

- a. $x + y = 4$ es una suma ecuación lineal con dos incógnitas. **V**
Se evidencia que hay dos incógnitas y ambas elevadas a 1.
- b. La solución de $x + x = 100$ es $x = 50$. **V**
Se desarrolla $2x = 100$ y al dividir ambos lados en 2 se obtiene $x = 50$.
- c. La ecuación $x + 2 = -20x$ tiene dos incógnitas. **F**
La ecuación tiene una incógnita que se repite dos veces.
- d. La solución de $-\frac{3x}{2} = 1$ es $x = \frac{4}{3}$. **F**
La solución es $x = \frac{4}{3}$.
- e. $x - y$ es una ecuación de primer grado. **F**
No es una ecuación, ya que no hay una igualdad, es solamente una expresión algebraica.

Lámina 2e

Clase 2

2e

$$-y + 2x + 2y = \frac{y}{2} + 8$$

Representa la ecuación de la forma $y = mx + n$.

Lámina 2f

Clase 2

2f

$$-y + 2x + 2y = \frac{y}{2} + 8$$

Representa la ecuación de la forma $y = mx + n$.

$$-y + 2x + 2y = \frac{y}{2} + 8$$

$$y + 2x = \frac{y}{2} + 8 / \cdot 2$$

$$y \cdot 2 + 2x \cdot 2 = \frac{y}{2} \cdot 2 + 8 \cdot 2$$

$$2y + 4x = y + 16 / -16$$

$$2y + 4x - 16 = y + 16 - 16$$

$$2y + 4x - 16 = y / -2y$$

$$2y - 4y + 4x - 16 = y - 2y$$

$$4x - 16 = -y / \cdot -1$$

$$4x \cdot -1 - 16 \cdot -1 = -y \cdot -1$$

$$-4x + 16 = y$$

$$y = 4x + 16$$

El docente da 1 minuto para que los estudiantes conversen con el compañero, luego indica que en las mismas duplas respondan las preguntas que aparecen en la lámina. Pone el temporizador en 3 minutos. Luego, proyecta la **lámina 2h** y comunica: "Quienes hayan finalizado de responder las preguntas realicen el ejercicio propuesto que se encuentra en la pizarra. Tienen 3 minutos."

Finalizado el tiempo el docente explicita la respuesta del Gira y discute y luego verbaliza: "Aprender a expresar las ecuaciones lineales con dos incógnitas de la forma $y = -\frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = mx + n$ es muy importante, ya que esta forma se usa mucho para poder graficar funciones y resolver otro tipo de problemas que se verán en el futuro.

Para ello se desarrolla un procedimiento parecido al de la clase pasada, se eliminan las y de un lado y se eliminan los otros términos del otro lado."

Lámina 2h
Clase 2

2h

$-y + 2x + 2y = \frac{y}{2} + 8$
Representa la ecuación de la forma $y = mx + n$.

$-y + 2x + 2y = \frac{y}{2} + 8$
 $y + 2x = \frac{y}{2} + 8 / \cdot 2$
 $y \cdot 2 + 2x \cdot 2 = \frac{y}{2} \cdot 2 + 8 \cdot 2$
 $2y + 4x = y + 16 / -16$
 $2y + 4x - 16 = y + 16 - 16$
 $2y + 4x - 16 = y - 2y$
 $2y - 4y + 4x - 16 = y - 2y$
 $4x - 16 = -y / \cdot -1$
 $4x \cdot -1 - 16 \cdot -1 = -y \cdot -1$
 $-4x + 16 = y$
 $y = 4x + 16$

Responde:

- Da dos ejemplos de decisiones diferentes que se pudieron tomar para el primer paso.
- ¿Hubiese sido correcta la solución si fuese?
- ¿Por qué el estudiante decidió juntar las y en el lado derecho? ¿Sería correcto hacerlo en el lado izquierdo?

Resuelve:

$-x + x + y - \frac{y}{3} = -6 + x$

Representa la ecuación de la forma $y = mx + n$.

Práctica guiada (2/4)

El docente indica a los estudiantes que deben realizar la **actividad 2** de su **CT**, donde deben analizar un ejercicio desarrollado incorrectamente, responder una pregunta de reflexión y aplicar lo aprendido en un nuevo ejercicio. El docente pone el temporizador en 5 minutos y monitorea la actividad, resolviendo dudas y guiando a los estudiantes que tienen mayores dificultades.

Finalizado el tiempo el docente proyecta la **lámina 2i** para que los estudiantes corrijan su trabajo, analizando en qué se diferencia o asemeja su respuesta de la respuesta ejemplar. Pide a un par de estudiantes que haya identificado con respuestas incorrectas compartir sus reflexiones y explicar qué debe cambiar para obtener la respuesta correcta.

Lámina 2i
Clase 2

2i

a.

$-4x - 2y = 1$
 $-4x - 2y = \frac{1}{5} / \cdot 5$
 $-4x - 2y = 5$
 $-4x + 6 - 2y = 5 + 6$
 $-4x - 2y = 11 / + 24x$
 $-24x - 24x - 2y = 11 + 24x$
 $-12y = 1 + 24x / : -12$
 $-12y = \frac{1}{-12} + \frac{24x}{-12}$
 $y = -\frac{1}{12} - 2x$

$f = -2x - \frac{1}{12}$

b.

$-99x = x + 25 + 5y$
 $-99x = x + 25 + 5y / -x$
 $-99x - x = x + 25 + 5y$
 $-100x = 25 + 5y / -25$
 $-100x - 25 = 25 - 25 + 5y$
 $-100x - 25 = 5y / : 5$
 $-150x - 25 = y$
 $-20x - 5 = y$
 $y = -20x - 5$

c.

$-x - y + 8 = -2y - 2x$
 $-x - y + 8 = -2y - 2x / + 2y$
 $-x - y + 2y + 8 = -2y - 2x + 2y$
 $-x + y + 8 = -2x / + x$
 $-x + x + y + 8 = -2x + x$
 $y + 8 = -x$
 $y + 8 = -x / -8$
 $y + 8 - 8 = -x - 8$
 $y = -x - 8$

d.

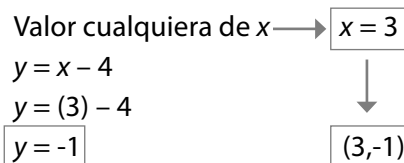
$10x - 2y + 22 = 0$
 $10x - 2y + 22 = 0 / -10x$
 $10x - 10x - 2y + 22 = 0 - 10x$
 $-2y + 22 = -10x / -22$
 $-2y + 22 - 22 = -10x - 22$
 $-2y = -10x - 22 / : -2$
 $-2y = -10x - 22$
 $y = 5x + 11$

Enseñar un nuevo conocimiento (3/4)

El docente presenta en la pizarra la siguiente secuencia en la modalidad de **enseñanza silenciosa**:

Procedimiento: Calcular un par ordenado que sea solución de la ecuación

$$\begin{aligned}
 x - y &= 4 \\
 x - y &= 4 / -x \\
 x - x - y &= 4 - x \\
 0 - y &= 4 - x \\
 -y &= 4 - x / \cdot -1 \\
 y &= -4 + x \\
 y &= x - 4
 \end{aligned}$$



Una vez que finaliza de escribir la secuencia, el docente solicita que realicen un Gira y discute:

Gira y discute:

- ¿Cómo sería posible saber si efectivamente $(3,-1)$ es una solución de la ecuación?

R: Para corroborar que un par ordenado es la solución de una ecuación, basta con reemplazar tal valor en la ecuación original y analizar si la igualdad se cumple. Por ejemplo, en este caso al reemplazar $(3,-1)$ en $x - y = 4$ se obtiene $3 - (-1) = 4$, y dado que $4 = 4$ se concluye que la solución es correcta.

Da un minuto y luego pide respuestas al azar. El docente da la palabra a un estudiante compartir lo conversado con su compañero, si la respuesta no estuviera completa pide a otro estudiante que la complemente incentivando hábitos de discusión.

El docente verbaliza: "En una ecuación lineal con una incógnita hay una única solución al ejercicio que satisface la igualdad. En una ecuación lineal con dos incógnitas hay infinitas soluciones. Cada solución se presenta en la forma de un par ordenado, o sea, un elemento de la forma (x,y) donde el primer elemento siempre hará referencia a una de las incógnitas, y el otro a la segunda."

El docente pide a los estudiantes que en 2 minutos copien los procedimientos de matemática.

Práctica guiada (3/4)

El docente indica a los estudiantes que deben realizar la **actividad 3** de su **CT**, donde encontrarán ejercicios que progresivamente estarán menos resueltos. Para cada ejercicio deben completar con el procedimiento restante hasta calcular lo indicado. El docente pone el temporizador en 4 minutos y monitorea la actividad, resolviendo dudas y guiando a los estudiantes que tienen mayores dificultades.

Finalizado el tiempo el docente proyecta la **lámina 2j** para que los estudiantes corrijan su trabajo, analizando en qué se diferencia o asemeja su respuesta de la respuesta ejemplar. Pide a un par de estudiantes que haya identificado con respuestas incorrectas compartir sus reflexiones y explicar qué debe cambiar para obtener la respuesta correcta.

Enseñar un nuevo conocimiento (4/4)

El docente presenta en la pizarra el contenido por medio de un **ejercicio resuelto** de un estudiante. Para esto proyecta la **lámina 2k** y verbaliza: "A continuación mostraré un ejercicio. Por el momento no deben resolverlo mentalmente ni por escrito, solo analizarlo."

El docente espera 15 segundos y verbaliza: "Ahora mostraré la resolución del ejercicio que deberán leer y analizar. Explíquense a sí mismos cada paso de la respuesta de la mejor forma que puedan. Muestren su pulgar hacia arriba cuando hayan finalizado de leer el ejercicio, aunque no hayan entendido absolutamente todas las líneas aún". Proyecta la **lámina 2l** y espera 45 segundos.

Lámina 2j Clase 2

<p>A.</p> $\begin{aligned} x + y &= 11 \\ x + y &= 12 + a \\ x + y &= 11 + a \\ y &= 11 - x \\ y &= a + 11 \end{aligned}$ <p>Primer par ordenado</p> $\begin{aligned} x &= 1 \\ y &= 11 + 1 \\ y &= 12 \\ y &= 10 \end{aligned}$ <p>Segundo par ordenado</p> $\begin{aligned} x &= 0 \\ y &= 11 + 0 \\ y &= 11 \end{aligned}$ <p>Tercer par ordenado</p> $\begin{aligned} x &= -2 \\ y &= 11 + (-2) \\ y &= 9 \end{aligned}$ <p>Pares ordenados:</p> $\begin{pmatrix} 1 & 11 \\ 0 & 11 \\ -2 & 9 \end{pmatrix}$	<p>B.</p> $\begin{aligned} 3x - y &= 12 \\ 3x - y &= 12 - 3a \\ 3x - 3a - y &= 12 - 3a \\ -y &= 12 - 3a - 1 \\ y &= -12 + 3a - 1 \\ y &= -13 + 3a \\ y &= -12 + 3a \\ y &= 2a - 12 \end{aligned}$ <p>Primer par ordenado</p> $\begin{aligned} x &= 1 \\ y &= 2(1) - 12 \\ y &= 2 - 12 \\ y &= -10 \end{aligned}$ <p>Segundo par ordenado</p> $\begin{aligned} x &= 5 \\ y &= 2(5) - 12 \\ y &= 10 - 12 \\ y &= -2 \end{aligned}$ <p>Tercer par ordenado</p> $\begin{aligned} x &= 1 \\ y &= 2(1) - 12 \\ y &= -10 \end{aligned}$ <p>Pares ordenados:</p> $\begin{pmatrix} 1 & -10 \\ 5 & -2 \\ 1 & -10 \end{pmatrix}$	<p>C.</p> $\begin{aligned} 6x &= 36 \\ 6x &= 36 - 6a \\ 6x &= 36 - 6a \\ y &= -6x + 36 \\ y &= -6(36 - 6a) + 36 \\ y &= -216 + 36a + 36 \\ y &= -180 + 36a \\ y &= 0 + 36 \\ y &= 36 \end{aligned}$ <p>Primer par ordenado</p> $\begin{aligned} x &= 1 \\ y &= -6(1) + 36 \\ y &= -6 + 36 \\ y &= 30 \end{aligned}$ <p>Segundo par ordenado</p> $\begin{aligned} x &= 0 \\ y &= -6(0) + 36 \\ y &= 0 + 36 \\ y &= 36 \end{aligned}$ <p>Tercer par ordenado</p> $\begin{aligned} x &= 2 \\ y &= -6(2) + 36 \\ y &= -12 + 36 \\ y &= 24 \end{aligned}$ <p>Pares ordenados:</p> $\begin{pmatrix} 1 & 30 \\ 0 & 36 \\ 2 & 24 \end{pmatrix}$
--	--	--

Lámina 2k Clase 2

Plantea la ecuación que modela la siguiente situación:

"La mitad de la edad de Marta sumada a siete veces la edad de Noelia es 105".

Una vez finalizado el tiempo, el docente proyecta la **lámina 2m** y solicita que realicen un Gira y discute con la siguiente pregunta:

Gira y discute:

- ¿Cómo podrías explicar el procedimiento realizado en la pizarra, paso por paso?

R: Se identifican los términos o ideas que no se conocen. En este caso, los datos que no se conocen son las edades de Marta y Noelia, por lo que se establecen como las incógnitas x e y . Luego, utilizando las herramientas del lenguaje matemático, se escriben como la mitad y siete veces la cantidad, y se suman dando como resultado 105.

El docente da 1 minuto para que los estudiantes conversen con el compañero, luego indica que en las mismas duplas respondan las preguntas que aparecen en la lámina. Pone el temporizador en 4 minutos. Luego, proyecta la **lámina 2n** y comunica: "Quienes hayan finalizado de responder las preguntas realicen el ejercicio propuesto que se encuentra en la pizarra. Tienen 3 minutos."

Finalizado el tiempo el docente explicita la respuesta del Gira y discute y luego verbaliza: "Muchas situaciones de la vida cotidiana se pueden expresar como ecuaciones lineales con dos incógnitas. En los ejemplos se puede observar que si existen dos datos desconocidos en un problema, utilizando las herramientas del lenguaje matemático se pueden desarrollar distintas ecuaciones."

Práctica guiada (4/4)

El docente indica a los estudiantes que deben realizar la **actividad 4** de su **CT**, donde deben analizar un ejercicio desarrollado incorrectamente, responder una pregunta de reflexión y aplicar lo aprendido en un nuevo ejercicio. El docente pone el temporizador en 5 minutos y monitorea la actividad, resolviendo dudas y guiando a los estudiantes que tienen mayores dificultades.

Finalizado el tiempo el docente proyecta la **lámina 2o** para que los estudiantes corrijan su trabajo, analizando en qué se diferencia o asemeja su respuesta de la respuesta ejemplar. Pide a un par de estudiantes que haya identificado con respuestas incorrectas compartir sus reflexiones y explicar qué debe cambiar para obtener la respuesta correcta.

Práctica independiente

Los estudiantes resuelven las **actividades 5 hasta la 7** del **CT** de la **clase 2**. El docente escanea la sala de clases y se asegura de que todos estén en la tarea antes de circular por la sala para monitorear el trabajo de los estudiantes.

Lámina 2m Clase 2

Plantea la ecuación que modela la siguiente situación:
"La mitad de la edad de Marta sumada a siete veces la edad de Noelia es 105".

La edad de Marta: x

La mitad de la edad de Marta: $\frac{x}{2}$

La edad de Noelia: y

Siete veces la edad de Noelia: $7y$

La mitad de la edad de Marta sumada a siete veces la edad de Noelia es 105: $\frac{x}{2} + 7y = 105$

Responde:

- ¿Por qué la edad de Marta y la edad de Noelia se señalan con variables diferentes?
- ¿Hubiese sido correcto señalar la mitad de la edad de Marta como $2x$?
- ¿Hubiese sido correcta la respuesta $7y + \frac{x}{2} = 105$?

Lámina 2n Clase 2

Plantea la ecuación que modela la siguiente situación:
"La mitad de la edad de Marta sumada a siete veces la edad de Noelia es 105".

La edad de Marta: x

La mitad de la edad de Marta: $\frac{x}{2}$

La edad de Noelia: y

Siete veces la edad de Noelia: $7y$

La mitad de la edad de Marta sumada a siete veces la edad de Noelia es 105: $\frac{x}{2} + 7y = 105$

Responde:

- ¿Por qué la edad de Marta y la edad de Noelia se señalan con variables diferentes?
- ¿Hubiese sido correcto señalar la mitad de la edad de Marta como $2x$?
- ¿Hubiese sido correcta la respuesta $7y + \frac{x}{2} = 105$?

Resuelve:

Plantea la ecuación que modela la siguiente situación:
"La diferencia entre cuatro veces el dinero que tiene Marcelo y el dinero que tiene Gabriela es de \$2000".

Lámina 2o Clase 2

Ejercicio incorrecto de Karina

Plantea la ecuación que modela la siguiente situación:
"El triple de la edad de Pedro y la edad de Kevin suman 52".

El triple de la edad de Pedro: $3x$

La edad de Kevin: x

El triple de la edad de Pedro y la edad de Kevin suman 52: $3x + x = 52$

Reflexión

Karina planteó de forma correcta el triple de la edad de Pedro, ya que $3x$ es un término donde se evidencia que hay un valor que se triplica. El valor de x entonces, sería la edad de Pedro.

Por otro lado, si Karina indica que la edad de Kevin es x , está señalando que Pedro y Kevin tienen la misma edad, lo cual no necesariamente es cierto. Es por ello que debía modelar la edad de Kevin con otra variable, por ejemplo, y , z , a o b , entre otras.

Responde

¿Cómo cambia el ejercicio si en vez del triple de la edad de Pedro, el enunciado hablara de la mitad de la edad de Pedro?

X El primer término no sería $3x$ sino que $\frac{x}{2}$.

Tu turno

Plantea la ecuación que modela la siguiente situación: La diferencia entre cinco veces la edad de Joaquín y el doble de la edad de Camila es 15.

Cinco veces la edad de Joaquín: $5x$

El doble de la edad de Camila: $2x$

La diferencia entre cinco veces la edad de Joaquín y el doble de la edad de Camila es 15: $5x - 2y = 15$.

El docente revisa en particular los **ejercicios 6i, 6j, 6k**. Si detecta un error generalizado, detenga la actividad y aclare nuevamente el concepto, modelando con otro ejercicio o mostrando el trabajo de algún estudiante que haya cometido el error (destacando primero lo que sí logra y después cómo podría mejorarse).

Proyecta la **lámina 2★** para que los estudiantes puedan autocorregir su trabajo.

Consolidar el aprendizaje

Corrigen en conjunto la actividad que se monitoreó, apoyándose de la **lámina 2★★** que tiene el ejercicio sin respuesta.

El docente realiza las preguntas:

- ¿Cuál fue el tipo de ejercicio que consideraron más desafiante?
- ¿Por qué?

Pide a todos los estudiantes que escriban la respuesta en su cuaderno en 1 minuto y anticipa que pedirá a algunos que compartan en voz alta su respuesta. Luego de poner el temporizador monitorea que los estudiantes respondan a la instrucción. Finalmente pide a tres estudiantes al azar que respondan en voz alta y agradece su participación.

- El docente recuerda a los estudiantes la pregunta de la clase y solicita respuestas al azar (**¿Cuáles son los elementos de una ecuación lineal con dos incógnitas?**):

R: Los elementos principales son:

- una igualdad,
- dos incógnitas,
- grado de la ecuación igual a 1,
- tiene infinitas soluciones,
- una solución se presenta en forma de par ordenado (x,y) ,
- las ecuaciones lineales con dos incógnitas pueden modelar eventos cotidianos de la vida.

El docente da la palabra a un estudiante para contestar cada pregunta, si la respuesta no estuviera completa pide a otro estudiante que la complemente incentivando hábitos de discusión.

Realizan el ticket de salida.

Nota al docente: imprima y corte las preguntas en el **material complementario** (o cópielas en distintos papeles) y póngalas en el canasto de conocimiento.

Ticket de salida

1. Representa la siguiente ecuación de la forma $y = mx + n$: $-6x + 10y = x + y + 18$.

$$R: \frac{7}{9}x + 2$$

2. Plantea la ecuación que modela la siguiente situación: "El doble de un número sumado al triple de otro es 20."

$$R: 2x + 3y = 20$$

★ TICKET DE SALIDA ★

Nombre del alumno:

1. Representa la siguiente ecuación de la forma $y = mx + n$: $-6x + 10y = x + y + 18$.

2. Plantea la ecuación que modela la siguiente situación: "El doble de un número sumado al triple de otro es 20."

★ TICKET DE SALIDA ★

Nombre del alumno:

1. Representa la siguiente ecuación de la forma $y = mx + n$: $-6x + 10y = x + y + 18$.

2. Plantea la ecuación que modela la siguiente situación: "El doble de un número sumado al triple de otro es 20".

Preguntas para el canasto de conocimiento clase 2

- Representa la siguiente ecuación de la forma $y = mx + n$: $-2x + 2y - 100 = 0$

R: $y = x + 50$

- Plantea la ecuación que modela la siguiente situación: "La diferencia entre dos números es 17."

R: $x - y = 17$

Saber	Mostrar
<ul style="list-style-type: none"> Una ecuación de primer grado con dos incógnitas puede escribirse de la forma $y = mx + n$. Una ecuación lineal con dos incógnitas tiene infinitas soluciones. Una ecuación con dos incógnitas se grafica en forma de recta en un plano cartesiano, donde cada punto de la recta es una posible solución. 	<ul style="list-style-type: none"> Identifica si una ecuación es una ecuación lineal con dos incógnitas. Transforma una ecuación lineal con dos incógnitas a la forma $y = mx + n$. Determina soluciones de la forma (x,y) de ecuaciones lineales con dos incógnitas. Plantea ecuaciones con dos incógnitas para modelar situaciones.

Actividad 6 monitoreada: Modela las siguientes situaciones utilizando ecuaciones lineales con dos incógnitas. Desde el ejercicio b, sigue los siguientes pasos entre cada uno de los ejercicios:

i. El exceso de la mitad de la edad de Francisca sobre el triple de la edad de Juan es 30.

$$\frac{x}{2} - 3y = 30$$

j. El exceso del triple de la edad de Francisca sobre la mitad de la edad de Juan es 30.

$$3x - \frac{y}{2} = 30$$

k. El triple de la edad de Francisca es igual al exceso de la mitad de la edad de Juan sobre 30.

$$3x = \frac{y}{2} - 30$$

Errores comunes	¿Cómo aclararlo?	Frecuencia de aparición
<ul style="list-style-type: none"> Identificar como ecuación con dos incógnitas una ecuación que tiene solamente una incógnita que se encuentra en ambos lados de la igualdad. 		
<ul style="list-style-type: none"> Plantea ecuaciones para modelar situaciones donde solo se presenta una incógnita. 		

Clase 3

2 horas pedagógicas | OA 4 | OA d, OA h, OA i, OA j, OA l, OA o | OA A

N1

Objetivo de clase

Graficar ecuaciones lineales con dos incógnitas.

Recursos pedagógicos

- Láminas clase 4
- Cuaderno cuadriculado de matemática

Vocabulario

- gráfico
- eje de coordenadas
- plano cartesiano
- par ordenado
- recta
- intersección

Pregunta de la clase: ¿qué forma tiene la representación gráfica de una ecuación lineal?

Rutina matemática

Los estudiantes ingresan a la sala e inmediatamente se lleva a cabo la rutina del canasto de preguntas en 4 minutos con una o dos preguntas.

Al finalizar el tiempo de la actividad se explica el procedimiento o se explicita la respuesta esperada de forma que los estudiantes puedan corregir su trabajo. Esto último no puede superar los 4 minutos.

Preparar el aprendizaje

Revisión de aspectos del contenido de la clase anterior si es que se detectaron errores en la revisión del ticket de salida de la clase anterior.

El docente proyecta la **lámina 3a** en la que se presenta una pregunta de alternativas. Con ella, el docente realiza el procedimiento para encuestar la sala y generar discusión sobre los resultados.

R: Alternativa correcta: B.

Error o malentendido que revela cada alternativa incorrecta:

- Alternativa A: el estudiante cree que cada cuadrado debe significar 1 unidad (y no 2).
- Alternativa C: el estudiante confunde la orientación de cada eje.
- Alternativa D: el estudiante no considera que en el eje y la escala debe progresar proporcionalmente, y si el primer cuadrado vale una unidad, cada cuadrado debe valer una unidad. Por lo que el 4 debería ser un 3 y el 8 un 4.

Lámina 3a

Clase 3

¿Qué error cometió el estudiante al dibujar los ejes?

A El eje x está escalado incorrectamente.

B El eje y está escalado incorrectamente.

C X e Y están escritos al revés.

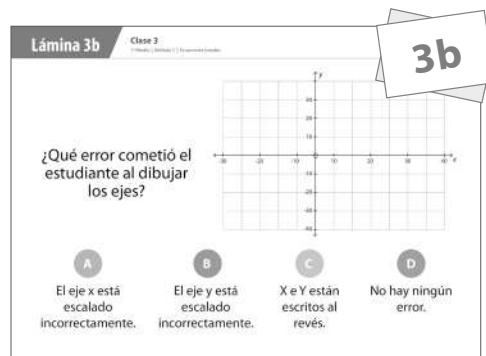
D No hay ningún error.

El docente proyecta la **lámina 3b** en la que se presenta una pregunta de alternativas. Con ella, el docente realiza el procedimiento para encuestar la sala y generar discusión sobre los resultados.

R: Alternativa correcta: A.

Error o malentendido que revela cada alternativa incorrecta:

- Alternativa B: el estudiante cree que cada cuadrado debe significar 1 unidad (y no 10).
- Alternativa C: el estudiante confunde la orientación de cada eje.
- Alternativa D: el estudiante no considera que en el eje x la escala de las primeras 10 unidades es distinta a la escala de las próximas 10 unidades, haciendo el plano no proporcional.



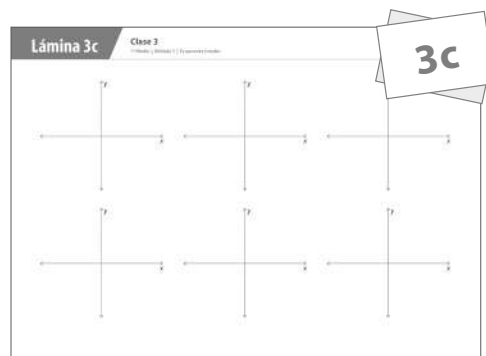
El docente indica: "Un plano de coordenadas cartesianas es un objeto ideal que solo posee dos dimensiones, y contiene infinitos puntos y rectas. En un sistema de coordenadas cartesianas, un punto del plano queda determinado por un par ordenado, cuyos componentes son llamados abscisa y ordenada del punto. Un plano tiene dos ejes, el x que tiene orientación horizontal y el y que tiene orientación vertical."

El docente verbaliza: "**Hoy vamos a graficar ecuaciones lineales con dos incógnitas** y la pregunta de la clase será: **¿Qué forma tiene la representación gráfica de una ecuación lineal?**"

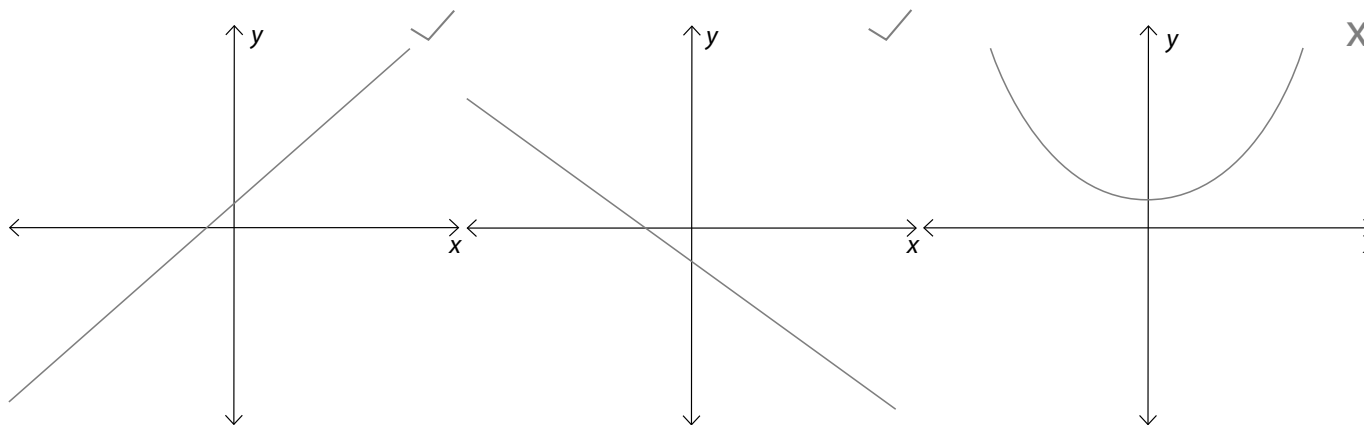
Enseñar un nuevo conocimiento (1/3)

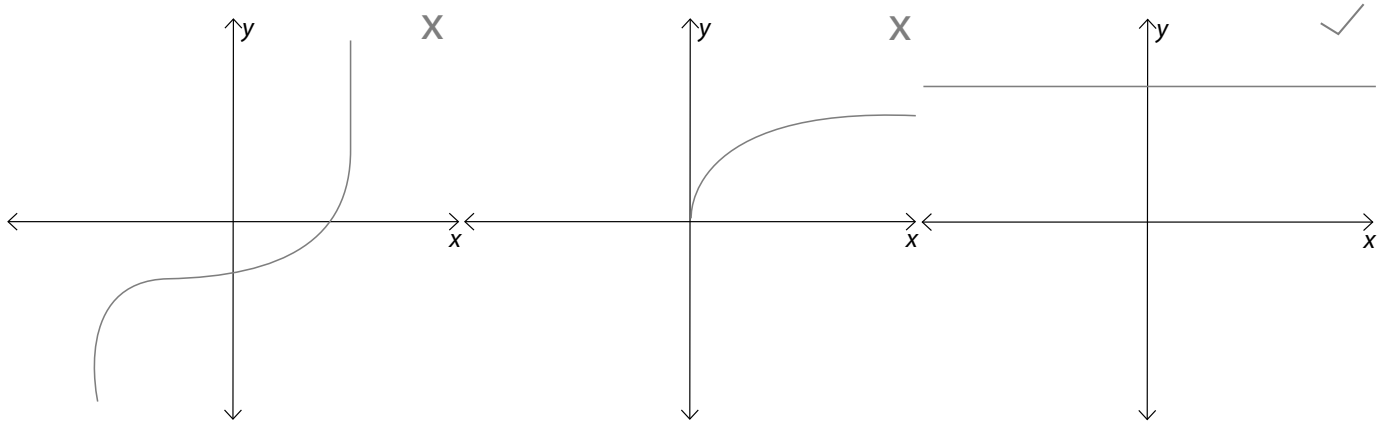
El docente comunica: "Como vimos la clase pasada, una ecuación lineal con dos incógnitas se puede modelar de la forma $y = mx + n$, lo cual se puede ver como una función, dado que el valor de y depende del valor de x. Las funciones se pueden representar de distintas formas, y una de ellas es graficarlas."

El docente proyecta la **lámina 3c** y presenta la siguiente secuencia en la modalidad de **enseñanza silenciosa**:



Definición: Gráfico de una ecuación lineal con dos incógnitas





Una vez que finaliza de escribir la secuencia, el docente solicita que realicen un Gira y discute:

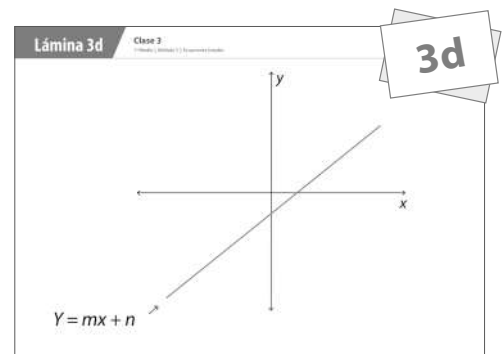
Gira y discute:

- ¿Qué tienen en común los elementos que validé y qué los diferencia de los que no validé?

R: Los elementos validados por el profesor son líneas rectas, independiente de la inclinación que tengan. Los elementos no validados representan curvas, independiente de la inclinación que tengan.

Da un minuto y luego pide respuestas al azar. El docente da la palabra a un estudiante para compartir lo que conversó con su compañero en la instancia de Gira y discute, si la respuesta no estuviera completa pide a otro estudiante que la complemente fomentando hábitos de discusión. Es importante recordar a los estudiantes que deben hablar con un volumen de voz adecuado, mirar a quien habla y escuchar atentamente y con respeto. También los incentiva a utilizar frases de inicio como "Estoy de acuerdo con... porque...", "Estoy en desacuerdo con... porque...", "Otro ejemplo de lo que comentó... es..." y "Entiendo lo que dice... y quisiera agregar...". Luego se vuelve a los estudiantes que contestaron incompletamente para corroborar el aprendizaje. El docente explicita la respuesta esperada.

Proyecta la **lámina 3d** y verbaliza: "Una ecuación de primer grado con dos incógnitas o ecuación lineal con dos incógnitas es graficada en forma de recta en un plano cartesiano, donde se evidencia la relación entre las variables x e y . Esta ecuación tiene infinitas soluciones, y cada una de ellas es un punto (par ordenado) por el cual pasa la recta. En una recta con forma $y = mx + n$ cualquier punto (x,y) que sea solución de la ecuación debe satisfacer la respectiva igualdad. Entonces, para saber si un punto pertenece a determinada recta o ecuación lineal, se deben reemplazar los valores de x e y y evaluar si la igualdad se cumple o no."



El docente pide a los estudiantes que en 2 minutos copien los procedimientos en sus cuadernos de matemática.

Práctica guiada (1/3)

El docente indica a los estudiantes que deben realizar la **actividad 1** de su **CT**, donde deben analizar un ejercicio desarrollado incorrectamente, responder una pregunta de reflexión y aplicar lo aprendido en un nuevo ejercicio.

El docente pone el temporizador en 5 minutos y monitorea la actividad, resolviendo dudas y guiando a los estudiantes que tienen mayores dificultades.

Finalizado el tiempo el docente proyecta la **lámina 3e** para que los estudiantes corrijan su trabajo, analizando en qué se diferencia o asemeja su respuesta de la respuesta ejemplar. Pide a un par de estudiantes que haya identificado con respuestas incorrectas compartir sus reflexiones y explicar qué debe cambiar para obtener la respuesta correcta.

Lámina 3e
Clase 3

3e

<p>Ejercicio incorrecto de Nicolás</p> <p>Comprueba si (3,4) pertenece a la recta $3x + 7 = 4y$</p> <p>(3,4), $y = 3$, $x = 4$ $3x + 7 = 4y$ $3(4) + 7 = 4(3)$ $12 + 7 = 12$ $19 = 12$</p> <p>Dado que 19 es un valor distinto a 12, el punto (3,4) no pertenece a la recta $3x + 7 = 4y$.</p>	<p>Reflexión</p> <p>Nicolás identificó que debía reemplazar (3,4) en la ecuación, pero se equivocó al pensar que el primer número del par ordenado hace referencia a y y el segundo a x, dado que es al revés. El primer paso debió ser:</p> <p>(3,4), $x = 3$, $y = 4$.</p> <p>Responde</p> <p>Si Nicolás hubiese identificado x e y correctamente, ¿qué debería haber ocurrido al final del ejercicio para que Nicolás estuviera seguro que el punto sí pertenece a la recta?</p> <p>Al final del ejercicio se debería haber llegado a una igualdad verdadera, por ejemplo $19 = 19$.</p>	<p>Tu turno</p> <p>Comprueba si (5,6) pertenece a la recta</p> <p>$10x - 14 = 5y + 6$</p> <p>(5,6), $x = 5$, $y = 6$ $10x - 14 = 5y + 6$ $10(5) - 14 = 5(6) + 6$ $50 - 14 = 30 + 6$ $36 = 36$</p> <p>Dado que 36 es igual a 36, el punto (5,6) sí pertenece a la recta $10x - 14 = 5y + 6$</p>
---	---	--

Nota al docente: se recomienda explicar el significado del símbolo \neq en caso de identificar que los estudiantes no recuerden en qué contextos se utiliza.

Enseñar un nuevo conocimiento (2/3)

El docente presenta en la pizarra la siguiente secuencia en la modalidad de **enseñanza silenciosa**:

Definición: Partes de una ecuación lineal con dos incógnitas

$$y = \overset{\text{pendiente}}{m}x + \overset{\text{coeficiente de posición}}{n}$$

$$y = \overset{p}{2}x - \overset{cdp}{4}$$

$$y = \overset{p}{-\frac{3}{2}}x + \overset{cdp}{1}$$

$$2y = 10x - 1 \longrightarrow y = \overset{p}{5}x - \overset{cdp}{0,5}$$

$$y = 1 + x \longrightarrow y = \overset{p}{1}x + \overset{cdp}{1}$$

$$y = x + x + 3 + 3 \longrightarrow y = \overset{p}{2}x + \overset{cdp}{6}$$

Una vez que finaliza de escribir la secuencia, el docente solicita que realicen un Gira y discute:

Gira y discute:

- ¿Cómo definirías con tus palabras los conceptos pendiente y coeficiente de posición?

R: Cada vez que una ecuación lineal con dos incógnitas está expresada de la forma $y = mx + n$, la pendiente será el valor que tome la posición de m y coeficiente de posición será el valor que tome la posición de n. Pendiente se puede entender como aquel valor que multiplica la variable x y coeficiente de posición aquel que está sumando o restando el producto de la pendiente y x.

Da un minuto y luego pide respuestas al azar. El docente da la palabra a un estudiante para compartir lo que conversó con su compañero en la instancias de Gira y discute, si la respuesta no estuviera completa pide a otro estudiante que la complementa incentivando hábitos de discusión.

El docente proyecta la **lámina 3f** y verbaliza: "La pendiente en una recta indica la inclinación de esta. Una recta con una pendiente que se va haciendo más grande hará que el ángulo entre la recta y el eje x sea mayor. El coeficiente de

Lámina 3f
Clase 3

3f

$Y = mx + n$

Pendiente

Coficiente de posición

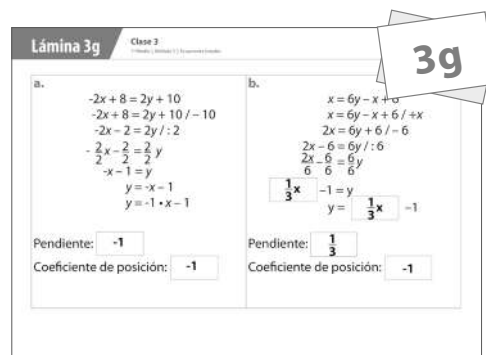
posición es el valor que señala el punto donde la recta intercepta al eje y. Por ejemplo, si el coeficiente de posición de una recta es 4, eso significa que su intersección con el eje y es en el punto (0,4). Para identificar pendiente y coeficiente de posición debemos asegurarnos que la recta está escrita de la forma $y = mx + n$, por lo que en caso de ser necesario habrá que despejar la variable y antes de interpretar los elementos de la recta."

El docente pide a los estudiantes que en 2 minutos copien los procedimientos en sus cuadernos de matemática.

Práctica guiada (2/3)

El docente indica a los estudiantes que deben realizar la **actividad 2** de su **CT**, donde deben completar los valores faltantes en el desarrollo de un ejercicio, según corresponda. El docente pone el temporizador en 5 minutos y monitorea la actividad, resolviendo dudas y guiando a los estudiantes que tienen mayores dificultades.

Finalizado el tiempo el docente proyecta la **lámina 3g** y **3h** para que los estudiantes corrijan su trabajo, analizando en qué se diferencia o asemeja su respuesta de la respuesta ejemplar. Pide a un par de estudiantes que haya identificado con respuestas incorrectas compartir sus reflexiones y explicar qué debe cambiar para obtener la respuesta correcta.



Enseñar un nuevo conocimiento (3/3)

El docente proyecta la **lámina 3i** y presenta en la pizarra la siguiente secuencia en la modalidad de **enseñanza silenciosa**:

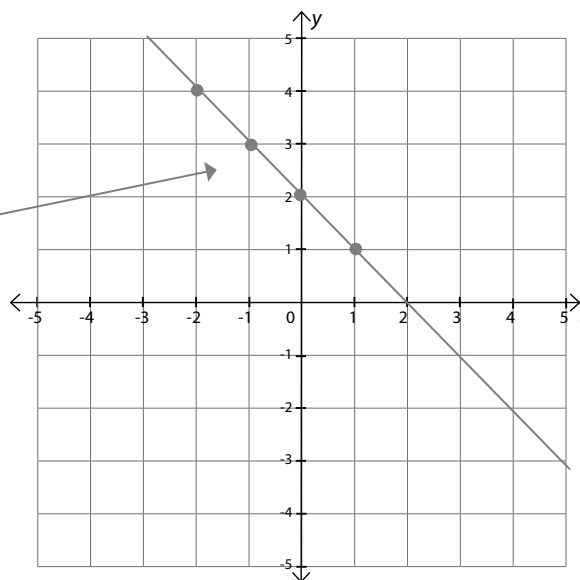
Procedimiento: Graficar una ecuación lineal con dos incógnitas

$$x + y = 2 / -x$$

$$y = 2 - x$$

$$y = -x + 2$$

x	$y = -x + 2$	(x,y)
-2	$y = -(-2) + 2 = 4$	(-2,4)
-1	$y = -(-1) + 2 = 3$	(-1,3)
0	$y = -(0) + 2 = 2$	(0,2)
1	$y = -(1) + 2 = 1$	(1,1)



Una vez que finaliza de escribir la secuencia, el docente solicita que realicen un Gira y discute:

Gira y discute:

- ¿Cuál es el propósito de completar la tabla en el procedimiento?

R: Completar la tabla tiene como propósito calcular puntos que pertenezcan a la recta, para luego graficarlos. Para ello, en la primera columna se establecen valores arbitrarios de x . En la segunda columna se calculan los valores de y que corresponden a los puntos con los x escogidos previamente. Finalmente, en la tercera columna se agrupan las variables x e y en un punto perteneciente a la ecuación.

Da un minuto y luego pide respuestas al azar. El docente da la palabra a un estudiante compartir lo conversado con su compañero, si la respuesta no estuviera completa pide a otro estudiante que la complemente incentivando hábitos de discusión.

El docente verbaliza: "Como las ecuaciones lineales con dos incógnitas se pueden representar en gráficos mediante rectas, se presenta el procedimiento para graficar una recta. El procedimiento se puede resumir en los siguientes pasos:

- expresar la recta en la forma $y = mx + n$,
- reemplazar valores arbitrarios de x en la ecuación y calcular sus respectivos y ,
- agrupar en pares ordenados los x con las y respectivas,
- graficar los pares ordenados en el plano cartesiano,
- trazar la recta que une todos los puntos".

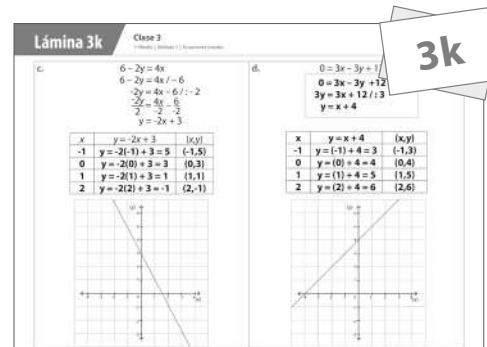
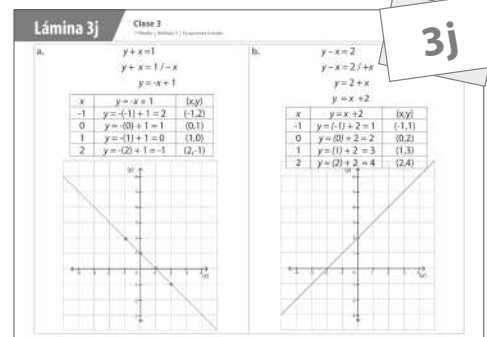
Nota al docente: para esta última explicación es importante que el docente esté apuntando a cada sección del procedimiento mientras va explicando los pasos.

El docente pide a los estudiantes que en 2 minutos copien los procedimientos en sus cuadernos de matemática.

Práctica guiada (3/3)

El docente indica a los estudiantes que deben realizar la **actividad 3** de su **CT**, donde encontrarán ejercicios que progresivamente estarán menos resueltos. Para cada ejercicio deben completar con el procedimiento restante hasta calcular lo indicado. El docente pone el temporizador en 4 minutos y monitorea la actividad, resolviendo dudas y guiando a los estudiantes que tienen mayores dificultades.

Finalizado el tiempo el docente proyecta la **lámina 3j** y **3k** para que los estudiantes corrijan su trabajo, analizando en qué se diferencia o asemeja su respuesta de la respuesta ejemplar. Pide a un par de estudiantes que haya identificado con respuestas incorrectas compartir sus reflexiones y explicar qué debe cambiar para obtener la respuesta correcta.



Práctica independiente

Los estudiantes resuelven las **actividades 4 hasta la 8** del **CT** de la **clase 3**. El docente escanea la sala de clases y se asegura de que todos estén en la tarea antes de circular por la sala para monitorear el trabajo de los estudiantes.

El docente revisa en particular los **ejercicios 4d, 4e, 4f**. Si detecta un error generalizado, detenga la actividad y aclare nuevamente el concepto, modelando con otro ejercicio o mostrando el trabajo de algún estudiante que haya cometido el error (destacando primero lo que sí logra y después cómo podría mejorarse).

Proyecta la **lámina 3★** para que los estudiantes puedan autocorregir su trabajo.

Consolidar el aprendizaje

Corrigen en conjunto la actividad que se monitoreó, apoyándose de la **lámina 3★★** que tiene el ejercicio sin respuesta.

El docente realiza las preguntas:

- Al graficar una ecuación, ¿cuál es el paso que consideran más desafiante?
- ¿Por qué?

Pide a todos los estudiantes que escriban la respuesta en su cuaderno en 1 minuto y anticipa que pedirá a algunos que compartan en voz alta su respuesta. Luego de poner el temporizador monitorea que los estudiantes respondan a la instrucción. Finalmente pide a tres estudiantes al azar que respondan en voz alta y agradece su participación.

- El docente recuerda a los estudiantes la pregunta de la clase y solicita respuestas al azar (**¿Qué forma tiene la representación gráfica de una ecuación lineal?**):

R: La representación gráfica de una ecuación lineal es una recta. Esta forma puede tener diferentes inclinaciones e intersecciones con los ejes.

El docente da la palabra a un estudiante para contestar cada pregunta, si la respuesta no estuviera completa pide a otro estudiante que la complemente incentivando hábitos de discusión.

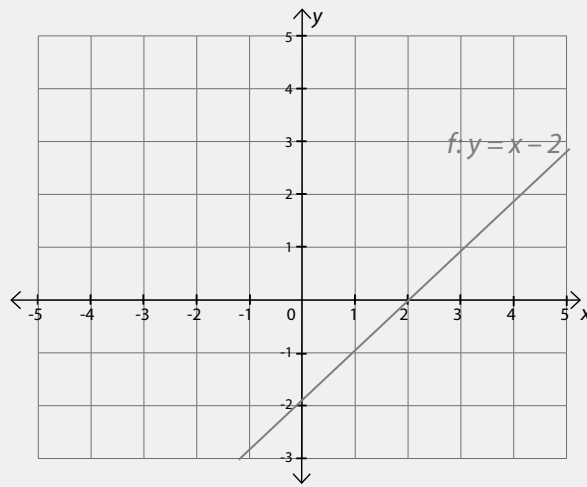
Realizan el ticket de salida.

Nota al docente: imprima y corte las preguntas en el **material complementario** (o cópielas en distintos papeles) y póngalas en el canasto de conocimiento.

Ticket de salida

1. Grafica la ecuación $y = x - 2$.

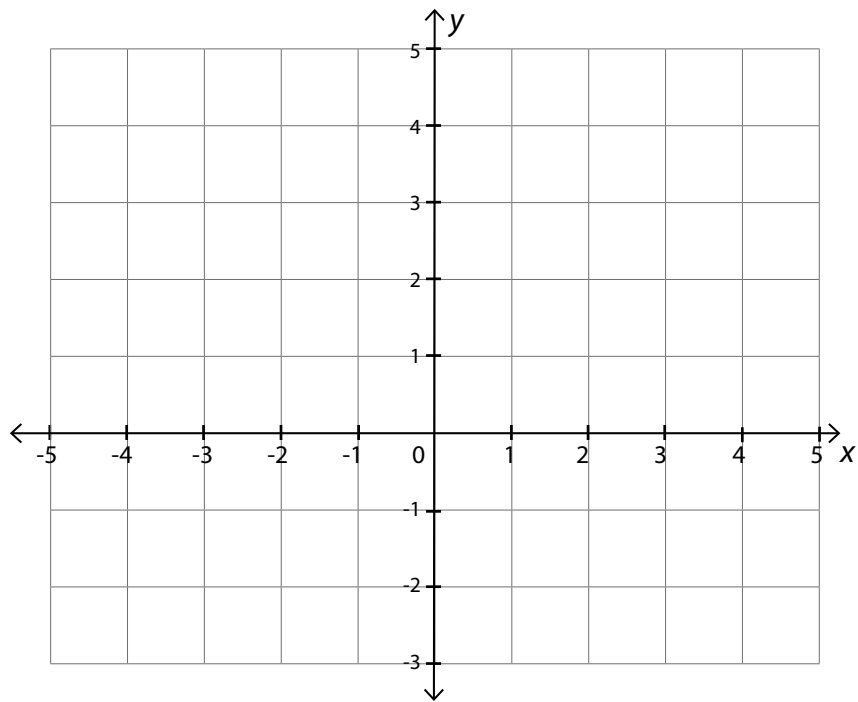
x	$y = x - 2$	(x,y)
-1	$y = (-1) - 2 = -3$	$(-1,-3)$
0	$y = (0) - 2 = -2$	$(0,-2)$
1	$y = (1) - 2 = -1$	$(1,-1)$
2	$y = (2) - 2 = 0$	$(2,0)$



★ TICKET DE SALIDA ★

Nombre del alumno:

1. Grafica la ecuación $y = x - 2$.



Material complementario

Preguntas para el canasto de conocimiento clase 3

- ¿Es (0,0) solución de $x + 3 = y - 3$?

R: No, ya que al reemplazar los términos se obtiene $3 \neq -3$.

- ¿Cuál es la pendiente de $y = 9x - 9$?

R: La pendiente es 9.

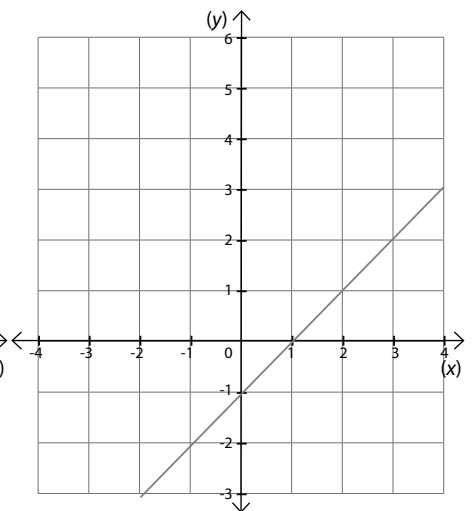
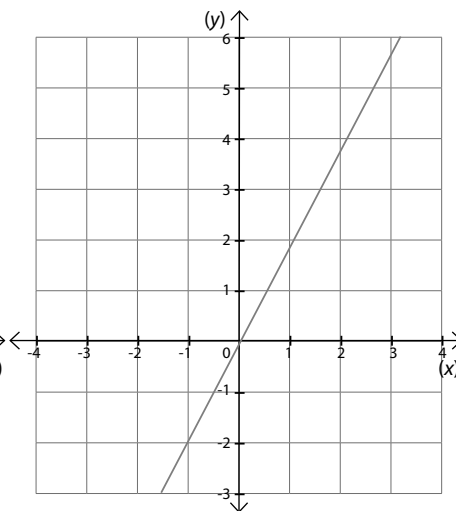
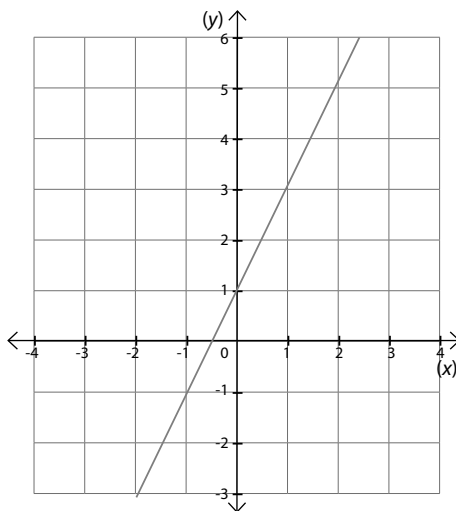
Saber	Mostrar
<ul style="list-style-type: none"> Las funciones sirven para relacionar dos variables matemáticamente. Una ecuación lineal con dos incógnitas se puede representar mediante una recta. Una recta tiene distintos elementos, como pendiente y coeficiente de posición. La pendiente entrega información sobre la inclinación de la recta y el coeficiente de posición sobre su intersección con el eje y. 	<ul style="list-style-type: none"> Comprueba si un punto dado pertenece a una recta. Identifica partes de una recta, como pendiente y coeficiente de posición. Grafica una ecuación lineal con dos incógnitas, despejando una de las variables, identificando pares ordenados y trazando la curva en un plano cartesiano.

Actividad 4 monitoreada: Grafica en tu cuaderno de matemática las siguientes rectas. Desde el ejercicio b, sigue los siguientes pasos entre cada uno de los ejercicios:

d. $y = 2x + 1$

e. $y = 2x - 1$

f. $y = x - 1$



Errores comunes	¿Cómo aclararlo?	Frecuencia de aparición
<ul style="list-style-type: none"> Graficar una ecuación habiendo despejado x y no y. 		
<ul style="list-style-type: none"> Reemplazar una solución (x,y) de forma inversa en una ecuación, donde x ocupa el lugar de y, y viceversa. 		
<ul style="list-style-type: none"> Identificar pendiente y coeficiente de posición cuando no está despejada la incógnita y. 		

Clase 4

2 horas pedagógicas | OA 4 | OA d, OA h, OA i, OA j, OA l, OA o | OA A

N1

Objetivo de clase

Identificar sistemas de ecuaciones lineales.

Recursos pedagógicos

- Láminas clase 4
- Cuaderno cuadriculado de matemática

Vocabulario

- ecuación
- incógnita
- solución
- par ordenado
- sistema de ecuaciones

Pregunta de la clase: ¿qué es un sistema de ecuaciones?

Rutina matemática

Los estudiantes ingresan a la sala e inmediatamente se lleva a cabo la rutina del canasto de preguntas en 4 minutos con una o dos preguntas.

Al finalizar el tiempo de la actividad se explica el procedimiento o se explicita la respuesta esperada de forma que los estudiantes puedan corregir su trabajo. Esto último no puede superar los 4 minutos.

Preparar el aprendizaje

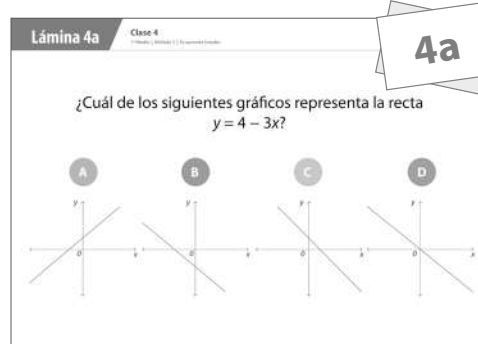
Revisión de aspectos del contenido de la clase anterior si es que se detectaron errores en la revisión del ticket de salida de la clase anterior.

El docente proyecta la **lámina 4a** en la que se presenta una pregunta de alternativas. Con ella, el docente realiza el procedimiento para encuestar la sala y generar discusión sobre los resultados.

R: Alternativa correcta: C.

Error o malentendido que revela cada alternativa incorrecta:

- Alternativa A: el estudiante no considera que una pendiente negativa tendrá una inclinación contraria.
- Alternativa B: el estudiante no considera que un coeficiente de posición positivo cruzará el eje y sobre 0.
- Alternativa D: el estudiante no considera que un coeficiente de posición positivo cruzará el eje y sobre 0.



El docente verbaliza: “**Hoy vamos a reconocer las características de los sistemas de ecuaciones** y la pregunta de la clase será: **¿Qué es un sistema de ecuaciones?**”.

Enseñar un nuevo conocimiento (1/4)

El docente en la pizarra presenta la siguiente secuencia en la modalidad de **enseñanza silenciosa**:

Definición: Sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas

$$\begin{array}{l} ax + by = c \\ dx + ey = f \end{array} \quad \checkmark$$

$$\begin{array}{l} \frac{1}{2}x + 0,6\bar{y} = 4 \\ 20x + y = 6 \end{array} \quad \checkmark$$

$$\begin{array}{l} 7x + 4 = 1 \\ -5 + x = 2 \end{array} \quad \times$$

$$\begin{array}{l} 6x^2 + y = 7 \\ 7x^2 - 10 = 11 \end{array} \quad \times$$

$$\begin{array}{l} 5x + 2y = 4 \\ 10x - 3y = 8 \end{array} \quad \checkmark$$

$$\begin{array}{l} 5 + 3 = 8 \\ 10 + 6 = 16 \end{array} \quad \times$$

$$\begin{array}{l} 4 = 5x + 2y \\ 8 = 10x - 3y \end{array} \quad \checkmark$$

$$\begin{array}{l} 4x + y = 12 \\ 5x = 25 \end{array} \quad \checkmark$$

Una vez que finaliza de escribir la secuencia, el docente solicita que realicen un Gira y discute:

Gira y discute:

- ¿Qué tienen en común los elementos que validé y qué los diferencia de los que no validé?

R: Los elementos validados por el profesor son un conjunto de dos ecuaciones lineales donde aparecen dos incógnitas, aunque no necesariamente en ambas ecuaciones siempre. Los elementos que no fueron validados no tienen incógnitas, o tienen solo una. En un caso un conjunto de ecuaciones no fue validado por no ser ecuaciones con grado 1.

Da un minuto y luego pide respuestas al azar. El docente da la palabra a un estudiante para compartir lo que conversó con su compañero en la instancia de Gira y discute, si la respuesta no estuviera completa pide a otro estudiante que la complemente incentivando hábitos de discusión. Es importante recordar a los estudiantes que deben hablar con un volumen de voz adecuado, mirar a quien habla y escuchar atentamente y con respeto. También los incentiva a utilizar frases de inicio como "Estoy de acuerdo con... porque..."; "Estoy en desacuerdo con... porque..."; "Otro ejemplo de lo que comentó...es..." y "Entiendo lo que dice... y quisiera agregar...". Luego se vuelve a los estudiantes que contestaron incompletamente para corroborar el aprendizaje. El docente explicita la respuesta esperada.

El docente proyecta la **lámina 4b** y verbaliza: "Un sistema de ecuaciones es un conjunto de ecuaciones que puede tener una cantidad dada de incógnitas. En esta unidad trabajaremos específicamente con sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas. La forma de este sistema se ve en la lámina expuesta, donde es posible observar que se compone por dos ecuaciones lineales con dos incógnitas. Las próximas clases de esta unidad trabajaremos en explorar métodos que permitirán encontrar la solución a estos sistemas."

El docente pide a los estudiantes que en 2 minutos copien los procedimientos en sus cuadernos de matemática.

Lámina 4b Clase 4

4b

$$\begin{array}{l} ax + by = c \\ dx + ey = f \end{array}$$

Práctica guiada (1/4)

El docente indica a los estudiantes realizar la **actividad 1** de su **CT**, donde deben identificar si determinadas afirmaciones son verdaderas o falsas, justificando debidamente. El docente pone el temporizador en 5 minutos y monitorea la actividad, resolviendo dudas y guiando a los estudiantes que tienen mayores dificultades.

Finalizado el tiempo el docente proyecta la **lámina 4c** para que los estudiantes corrijan su trabajo, analizando en qué se diferencia o asemeja su respuesta de la respuesta ejemplar. Pide a un par de estudiantes que haya identificado con respuestas incorrectas compartir sus reflexiones y explicar qué debe cambiar para obtener la respuesta correcta.

Enseñar un nuevo conocimiento (2/4)

El docente en la pizarra presenta el contenido por medio de un **ejercicio resuelto** de un estudiante. Para esto proyecta la **lámina 4d** y verbaliza: "A continuación mostraré un ejercicio. Por el momento no deben resolverlo mentalmente ni por escrito, solo analizarlo."

El docente espera 15 segundos y verbaliza: "Ahora mostraré la resolución del ejercicio que deberán leer y analizar. Explíquense a sí mismos cada paso de la respuesta de la mejor forma que puedan. Muestren su pulgar hacia arriba cuando hayan finalizado de leer el ejercicio, aunque no hayan entendido absolutamente todas las líneas aún". Proyecta la **lámina 4e** y espera 45 segundos.

Una vez finalizado el tiempo, el docente proyecta la **lámina 4f** y solicita que realicen un Gira y discute con la siguiente pregunta:

Gira y discute:

- ¿Cómo podrías explicar el procedimiento realizado en la pizarra, paso por paso?

R: Para que un par ordenado sea solución de un sistema de ecuaciones, este debe satisfacer todas las ecuaciones del sistema. Es por ello que, por separado, se reemplaza la potencial solución en cada ecuación y se evalúa si se cumple la igualdad. Como en este caso ambas igualdades se cumplen, se concluye que el punto (-1,5) sí es una solución al sistema de ecuaciones.

Lámina 4c
Clase 4

4c

Actividad 1: Identifica si las siguientes afirmaciones son verdaderas. Justifica todas las respuestas.

a. El sistema $\begin{cases} 5x + y = 7 \\ 2x - y = 11 \end{cases}$ tiene 4 incógnitas y 2 ecuaciones. **F**
El sistema tiene 2 incógnitas.

b. $\begin{cases} 5 + 6 = x \\ 1 + 4 = x \end{cases}$ es un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas. **F**
El sistema tiene solo una incógnita que se repite dos veces.

c. Todos los sistemas de ecuaciones tienen dos incógnitas. **F**
Los sistemas de ecuaciones podrían tener desde una hasta múltiples incógnitas.

d. $\begin{cases} 4x = 16 \\ -2x + y = 19 \end{cases}$ es un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas. **V**
Que las dos incógnitas no aparezcan en ambas ecuaciones no significa que no es un sistema de ecuaciones.

e. Todos los sistemas de ecuaciones tienen dos ecuaciones. **F**
Los sistemas de ecuaciones podrían tener desde dos hasta múltiples ecuaciones.

Lámina 4d
Clase 4

4d

¿Es (-1,5) solución del siguiente sistema de ecuaciones?

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ 2x - 3y = -17 \end{cases}$$

Lámina 4e
Clase 4

4e

¿Es (-1,5) solución del siguiente sistema de ecuaciones?

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ 2x - 3y = -17 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x + y &= 4 \\ (-1) + (5) &= 4 \\ -1 + 5 &= 4 \\ 4 &= 4 \end{aligned}$$

✓

$$\begin{aligned} 2x - 3y &= -17 \\ 2(-1) - 3(5) &= -17 \\ -2 - 15 &= -17 \\ -17 &= -17 \end{aligned}$$

✓

Dado que al reemplazar el par ordenado en las ecuaciones las igualdades se cumplen, el punto (-1,5) sí es solución del sistema de ecuaciones.

Lámina 4f
Clase 4

4f

¿Es (-1,5) solución del siguiente sistema de ecuaciones?

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ 2x - 3y = -17 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x + y &= 4 \\ (-1) + (5) &= 4 \\ -1 + 5 &= 4 \\ 4 &= 4 \end{aligned}$$

✓

$$\begin{aligned} 2x - 3y &= -17 \\ 2(-1) - 3(5) &= -17 \\ -2 - 15 &= -17 \\ -17 &= -17 \end{aligned}$$

✓

Dado que al reemplazar el par ordenado en las ecuaciones las igualdades se cumplen, el punto (-1,5) sí es solución del sistema de ecuaciones.

Responde:

1. ¿Qué pasaría si ninguna de las igualdades se cumple?
2. ¿Qué pasaría si una de las igualdades se cumple, pero la otra no?
3. ¿Es posible que haya otra solución posible al sistema de ecuaciones?

El docente da 1 minuto para que los estudiantes conversen con el compañero, luego indica que en las mismas duplas respondan las preguntas que aparecen en la lámina. Pone el temporizador en 3 minutos. Luego, proyecta la **lámina 4g** y comunica: "Quienes hayan finalizado de responder las preguntas realicen el ejercicio propuesto que se encuentra en la pizarra. Tienen 3 minutos."

Finalizado el tiempo el docente pide a algunos estudiantes compartir lo que conversaron con su compañero, luego explicita la respuesta del Gira y discute y verbaliza: "Como hemos visto, una ecuación lineal con dos incógnitas tiene infinitas soluciones, pero un sistema de ecuaciones podría tener infinitas soluciones, así como solo una o ninguna. Es por ello que es importante saber comprobar si determinado par ordenado es una solución de un sistema o no. La solución de un sistema de ecuaciones debe satisfacer todas y cada una de las ecuaciones del sistema, en caso contrario, no es solución del sistema."

Lámina 4g Clase 4

¿Es (-1,5) solución del siguiente sistema de ecuaciones?
 $x + y = 4$
 $2x - 3y = -17$

$x + y = 4$ $2x - 3y = -17$
 $(-1) + (5) = 4$ $2(-1) - 3(5) = -17$
 $-1 + 5 = 4$ $-2 - 15 = -17$
 $4 = 4$ $-17 = -17$

✓ ✓

Dado que al reemplazar el par ordenado en las ecuaciones las igualdades se cumplen, el punto (-1,5) sí es solución del sistema de ecuaciones.

Responde:

- ¿Qué pasaría si ninguna de las igualdades se cumple?
- ¿Qué pasaría si una de las igualdades se cumple, pero la otra no?
- ¿Es posible que haya otra solución posible al sistema de ecuaciones?

Resuelve:

¿Es (0,-7) solución del siguiente sistema de ecuaciones?
 $x + y = -7$
 $5x - 3y = -21$

Práctica guiada (2/4)

El docente indica a los estudiantes que deben realizar la **actividad 2** de su **CT**, donde deben completar los valores faltantes en el desarrollo de un ejercicio, según corresponda. El docente pone el temporizador en 5 minutos y monitorea la actividad, resolviendo dudas y guiando a los estudiantes que tienen mayores dificultades.

Finalizado el tiempo el docente proyecta la **lámina 4h** y **4i** para que los estudiantes corrijan su trabajo, analizando en qué se diferencia o asemeja su respuesta de la respuesta ejemplar. Pide a un par de estudiantes que haya identificado con respuestas incorrectas compartir sus reflexiones y explicar qué debe cambiar para obtener la respuesta correcta.

Lámina 4h Clase 4

a. (3,4) en el sistema de ecuaciones:
 $x + y = 7$
 $-2x - y = -10$

$(3) + (4) = 7$
 $3 + 4 = 7$
 $7 = 7$
 $-2(3) - (4) = -10$
 $-6 - 4 = -10$
 $-10 = -10$

Como ambas igualdades se cumplen, el par ordenado sí es una solución al sistema.

b. (1,7) en el sistema de ecuaciones:
 $38 = 3x + 5y$
 $15 = 6x - y$

$38 = 3(1) + 5(7)$
 $38 = 3 + 35$
 $38 = 38$

$15 = 6(1) - 7$
 $15 = 6 - 7$
 $15 \neq -1$

Como la primera igualdad se cumple pero la segunda no, el par ordenado no es una solución al sistema.

Enseñar un nuevo conocimiento (3/4)

El docente en la pizarra presenta el contenido por medio de un **ejercicio resuelto** de un estudiante. Para esto proyecta la **lámina 4j** y verbaliza: "A continuación mostraré un ejercicio. Por el momento no deben resolverlo mentalmente ni por escrito, solo analizarlo."

El docente espera 15 segundos y verbaliza: "Ahora mostraré la resolución del ejercicio que deberán leer y analizar. Explíquense a sí mismos cada paso de la respuesta de la mejor forma que puedan. Muestren su pulgar hacia arriba cuando hayan finalizado de leer el ejercicio, aunque no hayan entendido absolutamente todas las líneas aún". Proyecta la **lámina 4k** y espera 45 segundos.

Una vez finalizado el tiempo, el docente proyecta la **lámina 4l** y solicita que realicen un Gira y discute con la siguiente pregunta:

Lámina 4j Clase 4

Calcula el valor de x sabiendo que y = 4.
 $-2x - 3y = -20$

Lámina 4k Clase 4

Calcula el valor de x sabiendo que y = 4.
 $-2x - 3y = -20$

$-2x - 3y = -20$
 $-2x - 3(4) = -20$
 $-2x - 12 = -20 / + 12$
 $-2x = -8 / : 2$
 $x = -4$
 $x = 4$

Gira y discute:

- ¿Cómo podrías explicar el procedimiento realizado en la pizarra, paso por paso?

R: Cuando se trabaja con ecuaciones con dos incógnitas y se conoce el valor de una de ellas, es posible calcular el valor de la otra. Para esto se reemplaza el valor conocido de la incógnita en la ecuación y se despeja la otra incógnita. De esta forma el x y el y encontrados son una solución de la ecuación.

El docente da 1 minuto para que los estudiantes conversen con el compañero, luego indica que en las mismas duplas respondan las preguntas que aparecen en la lámina. Pone el temporizador en 3 minutos. Luego, proyecta la **lámina 4m** y comunica: "Quienes hayan finalizado de responder las preguntas realicen el ejercicio propuesto que se encuentra en la pizarra. Tienen 3 minutos."

Finalizado el tiempo el docente pide a algunos estudiantes compartir lo que conversaron con su compañero, luego explicita la respuesta del Gira y discute y verbaliza: "Este procedimiento es muy importante ya que se trabajará en las próximas clases. Cuando resolvamos sistemas de ecuaciones lineales, primero vamos a llegar a conocer el valor de una de las dos incógnitas, y luego de eso todos los ejercicios continúan de la misma forma, reemplazando tal valor en la incógnita y despejando la segunda incógnita."

4m

Lámina 4m Clase 4

Calcula el valor de x sabiendo que $y = 4$.

$$-2x - 3y = -20$$

$$-2x - 3(4) = -20$$

$$-2x - 12 = -20 / + 12$$

$$-2x = -8 / : 2$$

$$x = \frac{-8}{-2}$$

$$x = 4$$

Responde:

- ¿Cuál fue el primer paso que se realizó?
- ¿Cómo cambiaría el primer paso si el dato dado es que $x = 4$?
- ¿Cómo se puede corroborar si $x = 4$ es la respuesta correcta?

Resuelve:

Calcula el valor de y sabiendo que $x = -3$.

$$-3x - \frac{1}{2}y = -1$$

Práctica guiada (3/4)

El docente indica a los estudiantes que deben realizar la **actividad 3** de su **CT**, donde encontrarán ejercicios que progresivamente estarán menos resueltos. Para cada ejercicio deben completar con el procedimiento restante hasta calcular lo indicado. El docente pone el temporizador en 4 minutos y monitorea la actividad, resolviendo dudas y guiando a los estudiantes que tienen mayores dificultades.

Finalizado el tiempo el docente proyecta la **lámina 4n** y **4o** para que los estudiantes corrijan su trabajo, analizando en qué se diferencia o asemeja su respuesta de la respuesta ejemplar. Pide a un par de estudiantes que haya identificado con respuestas incorrectas compartir sus reflexiones y explicar qué debe cambiar para obtener la respuesta correcta.

4n

Lámina 4n Clase 4

a. $7x + 8y = 10$
Calcula x sabiendo que $y = -2$.

$$7x + 8(-2) = 10$$

$$7x - 16 = 10 / + 16$$

$$7x = 26 / : 7$$

$$x = \frac{26}{7}$$

b. $-3x + 3 = -4 + 4y$
Calcula y sabiendo que $x = -8$.

$$-3(-8) + 3 = -4 + 4y$$

$$24 + 3 = -4 + 4y$$

$$27 = -4 + 4y / + 4$$

$$31 = 4y / : 4$$

$$y = \frac{31}{4}$$

Enseñar un nuevo conocimiento (4/4)

El docente presenta en la pizarra el contenido por medio de un **ejercicio resuelto** de un estudiante. Para esto proyecta la **lámina 4p** y verbaliza: "A continuación mostraré un ejercicio. Por el momento no deben resolverlo mentalmente ni por escrito, solo analizarlo."

El docente espera 15 segundos y verbaliza: "Ahora mostraré la resolución del ejercicio que deberán leer y analizar. Explíquense a sí mismos cada paso de la respuesta de la mejor forma que puedan. Muestran su pulgar

4p

Lámina 4p Clase 4

Plantea un sistema de ecuaciones que represente la siguiente situación:
La suma de dos números es 40 y su diferencia es 10.

hacia arriba cuando hayan finalizado de leer el ejercicio, aunque no hayan entendido absolutamente todas las líneas aún". Proyecta la **lámina 4q** y espera 45 segundos.

Una vez finalizado el tiempo, el docente proyecta la **lámina 4r** y solicita que realicen un Gira y discute con la siguiente pregunta:

Gira y discute:

- ¿Cómo podrías explicar el procedimiento realizado en la pizarra, paso por paso?

R: Para modelar una situación como un sistema de ecuaciones lineales, primero se debe explicitar cuáles son las incógnitas y cuál es su significado dentro del ejercicio. Por ejemplo, como el ejercicio dice "la suma de dos números", se entiende que las incógnitas son los valores de tales números. Luego, para plantear las ecuaciones se debe poner atención a la forma en la que estas incógnitas se relacionan según la situación. En este caso, como se relacionan según su suma y su diferencia, se plantean tales ecuaciones en el sistema.

El docente da 1 minuto para que los estudiantes conversen con el compañero, luego indica que en las mismas duplas respondan las preguntas que aparecen en la lámina. Pone el temporizador en 4 minutos. Luego, proyecta la **lámina 4s** y comunica: "Quienes hayan finalizado de responder las preguntas realicen el ejercicio propuesto que se encuentra en la pizarra. Tienen 3 minutos."

Finalizado el tiempo el docente pide a algunos estudiantes compartir lo que conversaron con su compañero, luego explicita la respuesta del Gira y discute y verbaliza: "Muchas situaciones de la vida cotidiana se pueden expresar como sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas. Para esto se identifican las incógnitas que se quieren conocer y se expresa el sistema."

Práctica guiada (4/4)

El docente indica a los estudiantes que deben realizar la **actividad 4** de su **CT**, donde deben analizar un ejercicio desarrollado incorrectamente, responder una pregunta de reflexión y aplicar lo aprendido en un nuevo ejercicio. El docente pone el temporizador en 5 minutos y monitorea la actividad, resolviendo dudas y guiando a los estudiantes que tienen mayores dificultades.

Finalizado el tiempo el docente proyecta la **lámina 4t** para que los estudiantes corrijan su trabajo, analizando en qué se diferencia o asemeja su respuesta de la respuesta ejemplar. Pide a un par de estudiantes que haya identificado con respuestas incorrectas compartir sus reflexiones y explicar qué debe cambiar para obtener la respuesta correcta.

Lámina 4q Clase 4

Plantea un sistema de ecuaciones que represente la siguiente situación:
La suma de dos números es 40 y su diferencia es 10.

Incógnitas:
x: primer número
y: segundo número

Sistema de ecuaciones
 $x + y = 40$
 $x - y = 10$

4q

Lámina 4r Clase 4

Plantea un sistema de ecuaciones que represente la siguiente situación:
La suma de dos números es 40 y su diferencia es 10.

Incógnitas:
x: primer número
y: segundo número

Sistema de ecuaciones
 $x + y = 40$
 $x - y = 10$

Responde:

1. ¿Cuál fue el primer paso que se realizó?
2. ¿Cambiaría el sistema si se intercambiara el orden de las dos ecuaciones?
3. ¿Cómo cambiaría el sistema si la diferencia fuera 20?

4r

Lámina 4s Clase 4

Plantea un sistema de ecuaciones que represente la siguiente situación:
La suma de dos números es 40 y su diferencia es 10.

Incógnitas:
x: primer número
y: segundo número

Sistema de ecuaciones
 $x + y = 40$
 $x - y = 10$

Responde:

1. ¿Cuál fue el primer paso que se realizó?
2. ¿Cambiaría el sistema si se intercambiara el orden de las dos ecuaciones?
3. ¿Cómo cambiaría el sistema si la diferencia fuera 20?

Resuelve:
La suma de dos números es 20 y el doble de su diferencia es 5.

4s

Lámina 4t Clase 4

Ejercicio incorrecto de Bastián
Plantea un sistema de ecuaciones que represente la siguiente situación:
En una granja la suma de pollos y caballos es 30 y la de sus patas es 100.
Incógnitas:
x: cantidad de pollos
y: cantidad de caballos.
Sistema:
 $x + y = 30$
 $x + y = 100$

Reflexión
Bastián identificó de forma correcta las incógnitas del problema. El error está en la segunda ecuación del sistema de ecuaciones, donde $x + y = 100$ significa que la cantidad de pollos sumada con la de caballos suma 100. Escribi $2x + 4y = 100$ le hubiese permitido identificar que por cada pollo hay dos patas y por cada caballo hay 4. Entonces la ecuación tendría por significado que la suma de las patas de todos los animales es 100.

Tu turno
Plantea un sistema de ecuaciones que represente la siguiente situación:
En una granja la suma de caballos y pollos es 40 y la diferencia entre la cantidad de sus patas es 40.
Incógnitas:
x: cantidad de caballos
y: cantidad de pollos
Sistema:
 $x + y = 40$
 $4x - 2y = 40$

X
El sistema sería:
 $x + y = 30$
 $8x + 4y = 100$

4t

Práctica independiente

Los estudiantes resuelven las **actividades 5 hasta la 9** del **CT** de la **clase 4**. El docente escanea la sala de clases y se asegura de que todos estén en la tarea antes de circular por la sala para monitorear el trabajo de los estudiantes.

El docente revisa en particular los **ejercicios 7a, 7b, 7c**. Si detecta un error generalizado, detenga la actividad y aclare nuevamente el concepto, modelando con otro ejercicio o mostrando el trabajo de algún estudiante que haya cometido el error (destacando primero lo que sí logra y después cómo podría mejorarse).

Proyecta la **lámina 4★** para que los estudiantes puedan autocorregir su trabajo.

Consolidar el aprendizaje

Corrigen en conjunto la actividad que se monitoreó, apoyándose de la **lámina 4★★** que tiene el ejercicio sin respuesta.

El docente realiza las preguntas:

- ¿Qué pensabas de los sistemas de ecuaciones al inicio de la clase?
- ¿Y ahora?

Pide a todos los estudiantes que escriban la respuesta en su cuaderno en 1 minuto y anticipa que pedirá a algunos que compartan en voz alta su respuesta. Luego de poner el temporizador monitorea que los estudiantes respondan a la instrucción. Finalmente pide a tres estudiantes al azar que respondan en voz alta y agradece su participación.

- El docente recuerda a los estudiantes la pregunta de la clase y solicita respuestas al azar (**¿Qué es un sistema de ecuaciones?**):

R: Un sistema de ecuaciones es un conjunto de ecuaciones que puede tener una cantidad dada de incógnitas. En esta clase se trabajó con sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

El docente da la palabra a un estudiante para contestar cada pregunta, si la respuesta no estuviera completa pide a otro estudiante que la complemente incentivando hábitos de discusión.

Realizan el ticket de salida.

Nota al docente: imprima y corte las preguntas en el **material complementario** (o cópielas en distintos papeles) y póngalas en el canasto de conocimiento.

Ticket de salida

1. Sabiendo que $x = 7$, calcula el valor de y en $-x - 4y = 5$.

R: $y = -3$

2. Plantea un sistema de ecuaciones que represente la situación: Un té y un queque cuestan \$1000, el queque cuesta \$600 más que el té.

R: $x + y = 1000$

$x - y = 600$

★ TICKET DE SALIDA ★

Nombre del alumno:

1. Sabiendo que $x = 7$, calcula el valor de y en $-x - 4y = 5$.

2. Plantea un sistema de ecuaciones que represente la situación: Un té y un queque cuestan \$1000, el queque cuesta \$600 más que el té.

★ TICKET DE SALIDA ★

Nombre del alumno:

1. Sabiendo que $x = 7$, calcula el valor de y en $-x - 4y = 5$.

2. Plantea un sistema de ecuaciones que represente la situación: Un té y un queque cuestan \$1000, el queque cuesta \$600 más que el té.

★ TICKET DE SALIDA ★

Nombre del alumno:

1. Sabiendo que $x = 7$, calcula el valor de y en $-x - 4y = 5$.

2. Plantea un sistema de ecuaciones que represente la situación: Un té y un queque cuestan \$1000, el queque cuesta \$600 más que el té.

Material complementario

Preguntas para el canasto de conocimiento clase 4

- Sabiendo que $y = -1$, calcula el valor de x en $-5y = 5x + 3$.

$$R: x = \frac{2}{5}$$

- Plantea un sistema de ecuaciones que represente la situación: La suma de dos números es 50 y el doble del primero más el segundo es 70.

$$R: \begin{aligned} x + y &= 50 \\ 2x + y &= 70 \end{aligned}$$

Saber	Mostrar
<ul style="list-style-type: none"> • Un sistema de ecuaciones es un conjunto de ecuaciones con una determinada cantidad de incógnitas, que podría o no tener solución. • Los sistemas de ecuaciones con dos incógnitas pueden tener ninguna, una o infinitas soluciones. • Hay distintos métodos para resolver un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas. • Una solución en un sistema de ecuaciones con dos incógnitas es un par ordenado que satisface la totalidad de ecuaciones del sistema. 	<ul style="list-style-type: none"> • Comprueba soluciones del sistema de ecuaciones lineales. • Calcula el valor de una incógnita sabiendo el valor de la otra en un sistema de ecuaciones. • Modela situaciones cotidianas mediante sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

Actividad 7 monitoreada: A continuación se presentan 4 ejercicios que comparten la misma respuesta. Encuentra el valor faltante de cada ejercicio para que la respuesta sea la señalada en el centro.

a. Sabiendo que $x = -1$, calcula el valor de y en

$$y = 3x + \underline{13}$$

b. ¿Cuánto debe valer k para que la siguiente ecuación no tenga infinitas soluciones?

$$y = 3x + 4 - kx + x \cdot \underline{7}$$

La respuesta es 10

c. El siguiente sistema de ecuaciones modela la situación "dos números suman 100 y uno es 10 veces el otro". ¿Cuál es el valor de k ?

$$\begin{aligned} x + y &= \underline{100} \\ kx &= y \end{aligned}$$

Errores comunes	¿Cómo aclararlo?	Frecuencia de aparición
<ul style="list-style-type: none"> • Modela el sistema de ecuaciones sin identificar correctamente el significado de cada incógnita. 		
<ul style="list-style-type: none"> • Considera que un par ordenado es solución de un sistema cuando satisface algunas ecuaciones, pero no todas. 		

MÓDULO 5

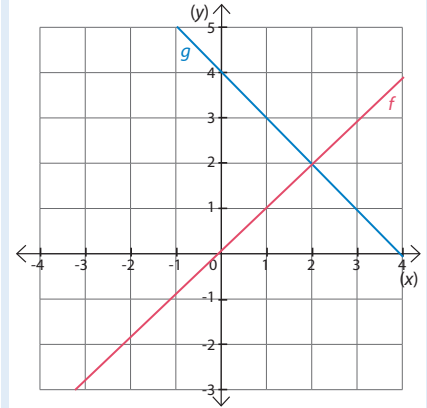
Ecuaciones lineales

1º medio | 22 Horas

Ecuaciones lineales

Una **ecuación de primer grado con dos incógnitas** es graficada en forma de recta en un plano cartesiano, donde se evidencia la relación entre las variables x e y . Esta ecuación tiene infinitas soluciones, y cada una de ellas es un punto (par ordenado) por el cual pasa la recta.

Una ecuación lineal con dos incógnitas se representa como una recta. Es por ello que un sistema de ecuaciones lineales se representa como un **conjunto de varias rectas** (una recta por cada ecuación), donde la solución será el o los puntos por los cuales pasen todas las rectas del sistema.



$$y = x$$
$$y = -x + 4$$

Solución: (2,2)

Un **sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas** es un conjunto de dos ecuaciones donde en cada una existen las mismas dos incógnitas. Existen distintos métodos para poder encontrar la solución a un sistema de ecuaciones.

$$ax + by = c$$
$$dx + ey = f$$

Método de **igualación**:

- despejar la misma incógnita de ambas ecuaciones,
- igualar las expresiones y resolver la ecuación de primer grado,
- reemplazar el valor obtenido en una de las ecuaciones,
- escribir la solución.

Método de **sustitución**:

- despejar una incógnita de una ecuación,
- reemplazar la incógnita en la otra ecuación,
- resolver la ecuación de primer grado,
- reemplazar el valor obtenido en una de las incógnitas de las ecuaciones,

Método de **reducción**:

- multiplicar las ecuaciones del sistema para que los coeficientes numéricos de una de las incógnitas sean inversos aditivos,
- sumar ambas ecuaciones, resolver la ecuación de primer grado,
- reemplazar en una ecuación y calcular la otra incógnita,
- escribir la solución.

Para poder analizar la cantidad de soluciones de un sistema de la forma

$$ax + by = c$$
$$dx + ey = f$$

se pueden considerar los siguientes casos:

1

$$\frac{a}{d} \neq \frac{b}{e}$$

Compatible determinado
Única solución

2

$$\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f}$$

Compatible indeterminado
Infinitas soluciones

3

$$\frac{a}{d} = \frac{b}{e} \neq \frac{c}{f}$$

Incompatibles
No hay solución

Cada vez que se desee analizar la **existencia de soluciones** en un sistema de ecuaciones, se puede resumir el procedimiento en los siguientes pasos:

- asegurarse que el sistema está escrito de la forma estándar
- identificar a, b, c, d, e y f en el sistema,
- calcular el valor de los cocientes
- $ad, be, cf,$
- analizar cuáles de los cocientes son o no iguales,
- concluir el tipo de sistema que es y la existencia de soluciones.

Objetivo de la clase 1

Resolver ecuaciones con una incógnita.

Recuerda que...

Una ecuación es una igualdad matemática entre dos expresiones, denominadas miembros y separadas por el signo igual. En ellas aparecen elementos conocidos y datos desconocidos o incógnitas, relacionados mediante operaciones matemáticas. Los valores conocidos pueden ser números o constantes. Las incógnitas, representadas generalmente por letras, constituyen los valores que se pretende encontrar. Algunos ejemplos de ecuaciones son:

$$\begin{aligned}x + 3 &= 1 \\-y + 10 &= -2 \\2a + a &= -a\end{aligned}$$

x , y , a representan las incógnitas, mientras que los otros coeficientes son constantes conocidas. La solución de una ecuación es cualquier valor individual de dichas variables que la satisface. Para las ecuaciones anteriores, sus soluciones son:

$$\begin{aligned}x &= -2 \\y &= 12 \\a &= 0\end{aligned}$$

Para resolver una ecuación se debe despejar la incógnita de ella. El procedimiento consiste en usar las propiedades de las igualdades, sumando, restando, multiplicando y dividiendo ambos lados de la igualdad por las mismas cantidades a conveniencia, para así ubicar las incógnitas a un lado de la ecuación y las constantes en el otro.

Actividades

Actividad 1: Completa los valores faltantes para los siguientes desarrollos de ejercicios, determinando la solución de cada ecuación.

a.

$$\begin{aligned}x + 5 &= 2 - 5 \\x + 5 - 5 &= 2 - 5 \\x + 0 &= 2 - 5 \\x &= 2 - 5\end{aligned}$$

$x =$ _____

b.

$$\begin{aligned}3x &= 9 : 3 \\ \frac{3x}{3} &= \frac{9}{3} \\ 1 \cdot x &= 3\end{aligned}$$

$x =$ _____

<p>c.</p> $100 = \frac{x}{10} / \cdot 10$ $100 \cdot 10 = \frac{x}{10} \cdot 10$ $1000 = x$ <p>$x = \underline{\hspace{2cm}}$</p>	<p>d.</p> $x - 10 = 3 / + 10$ $x - 10 + 10 = 3 + 10$ <p>$x = \underline{\hspace{2cm}}$</p>
<p>e.</p> $-4 = x + 6 / - 6$ $-4 - 6 = x + 6 - 6$ $-10 = x$ <p>$x = \underline{\hspace{2cm}}$</p>	<p>f.</p> $x + \frac{1}{4} = \frac{5}{2} / - \frac{1}{4}$ $x + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = \frac{5}{2} - \frac{1}{4}$ <p>$x = \underline{\hspace{2cm}}$</p>

Actividad 2: Analiza los siguientes ejercicios desarrollados incorrectamente. Contesta las preguntas de reflexión y resuelve los ejercicios propuestos.

<p>a.</p> <p>Ejercicio incorrecto de Romina</p> <p>Resuelve la siguiente ecuación.</p> $4 = -x + 2 / - 2$ $4 - 2 = -x + 2 - 2$ $2 = -x$ $x = 2$ <div style="text-align: center; font-size: 48px; color: red; margin-top: 20px;">X</div>	<p>Reflexión</p> <p>Romina no obtuvo el valor de x, sino que de $-x$. Para poder despejar x Romina debió agregar un nuevo paso en el que se multiplique por -1 ambos lados de la igualdad, de esta forma $-x$ se transformaría en x y la incógnita estaría despejada.</p> <p>Responde</p> <p>¿Por qué x es distinto a $-x$?</p> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>	<p>Tu turno</p> <p>Resuelve la siguiente ecuación.</p> $6 = 1 - x$
---	---	---

b.

Ejercicio incorrecto de Enrique

Resuelve la siguiente ecuación.

$$\begin{aligned}
 1 - \frac{x}{6} &= 3 / \cdot 6 \\
 1 - \frac{x}{6} \cdot 6 &= 3 \cdot 6 \\
 1 - x &= 18 / - 1 \\
 1 - 1 - x &= 18 - 1 \\
 -x &= 17 / \cdot -1 \\
 -x \cdot -1 &= 17 \cdot -1 \\
 x &= -17
 \end{aligned}$$

X**Reflexión**

Enrique decidió multiplicar la igualdad por 6 en el primer paso. Esta es una decisión certera, pero para ejecutarla correctamente se deben multiplicar todos los términos de los lados izquierdo y derecho por 6, y Enrique no multiplicó el 1 del lado izquierdo por 6.

Responde

¿Pudo Enrique haber multiplicado por -6 en vez de multiplicar por 6 y posteriormente por -1?

Tu turno

Resuelve la siguiente ecuación.

$$5 = 2 - \frac{x}{4}$$

Actividad 3: Resuelve las siguientes ecuaciones, completando el desarrollo faltante de cada ejercicio hasta resolverlo.

a. Resuelve la siguiente ecuación.

$$\begin{aligned}
 4(x + 1) &= x + 3 \\
 4x + 4 &= x + 3 / - x \\
 4x - x + 4 &= x - x + 3 \\
 3x + 4 &= 3 / - 4 \\
 3x + 4 - 4 &= 3 - 4 \\
 3x &= -1 / : 3 \\
 \frac{3x}{3} &= \frac{-1}{3}
 \end{aligned}$$

x = _____

b. Resuelve la siguiente ecuación.

$$\begin{aligned}
 -2(-x + 0,5) &= 3(x + \frac{2}{3}) \\
 2x - 1 &= 3x + 2 / - 3x \\
 2x - 3x - 1 &= 3x - 3x + 2 \\
 -x - 1 &= 2 / + 1 \\
 -x - 1 + 1 &= 2 + 1
 \end{aligned}$$

c. Resuelve la siguiente ecuación.

$$\begin{aligned}
 1 - 5x &= 3(-2x + 1) \\
 1 - 5x &= -6x + 3 \quad / + 6x \\
 1 - 5x + 6x &= -6x + 6x + 3 \\
 1 + x &= 3
 \end{aligned}$$

d. Resuelve la siguiente ecuación.

$$-2x + 10 = -8x - 2$$

Actividad 4: Analiza el siguiente ejercicio resuelto, responde las preguntas y aplica lo aprendido en un ejercicio nuevo.

Analiza el siguiente ejercicio

Calcula el valor de la solución para la ecuación

$$\frac{x}{3} + 2 = \frac{-4x}{9}$$

Analiza el desarrollo correcto de Paula

$$\begin{aligned}
 2 + \frac{x}{3} &= \frac{-4x}{9} \quad / \cdot 9 \\
 2 \cdot 9 + \frac{x}{3} \cdot 9 &= \frac{-4x}{9} \cdot 9 \\
 18 + 3x &= -4x \quad / + 4x \\
 18 + 3x + 4x &= -4x + 4x \\
 18 + 7x &= 0 \quad / - 18 \\
 18 - 18 + 7x &= 0 - 18 \\
 7x &= -18 \quad / : 7 \\
 \frac{7x}{7} &= \frac{-18}{7} \\
 x &= -\frac{18}{7}
 \end{aligned}$$

Reflexiona

1. ¿Cómo decidió Paula que debía multiplicar en el primer paso la igualdad por 9?

2. En el primer paso, ¿pudo Paula haber multiplicado por otro número? ¿Cuál?

3. ¿Cómo cambiaría el paso 1 si el lado derecho de la ecuación hubiese sido $\frac{-4x}{5}$?

Tu turno

Calcula el valor de la solución para la ecuación

$$-1 + \frac{2x}{6} = \frac{x}{4} + x + 2$$

Actividad 5: Resuelve las siguientes ecuaciones.

a. $5 + x = 10$

b. $4 = -9 - x$

c. $11 + x = -7 - 4x$

d. $8 + x = -x$

e. $\frac{3}{4}x = 12$

f. $x = -x$

g. $5x - 3 = 4x + 9$

h. $4(x - 7) = x + 3$

i. $4(x + 1) = -6 - 3(-x - 2)$

j. $3x + 4(x + 1) = 8 + 2(x + 3)$

k. $2(2x - 1) + 2(2x + 1) = x$

l. $\frac{2x + 1}{2} = \frac{x + 2}{2}$

m. $\frac{2x - 1}{6} = \frac{-x}{3}$

n. $1 + \frac{x}{5} = \frac{-x}{3}$

Actividad 6: Resuelve las siguientes ecuaciones. Desde el ejercicio b, sigue los siguientes pasos entre cada uno de los ejercicios:

- **Reflexionar:** Entre preguntas, observar todo lo que haya cambiado y todo lo que se haya mantenido igual.
- **Anticipar:** Suponer cómo se verá la respuesta del nuevo ejercicio. No es necesario que pienses en un número en particular, puede ser en relación a si la respuesta aumentará, cambiará de signo o si se mantendrá igual.
- **Chequear:** Realizar el nuevo ejercicio para corroborar si su anticipación fue correcta.
- **Explicar:** Explicar cómo la relación encontrada en el paso 1 se relaciona con el resultado obtenido en el paso 3.

a. $y + 1 = 1$

n. $x + 16 = 4$

b. $y + 1 = 7$

ñ. $16 + x = 4$

c. $x + 1 = 7$

o. $16 + 2x = 4$

d. $7 = x + 1$

p. $16 + 4x = 4$

e. $8 = x + 1$

q. $16 - 4x = 4$

f. $8 = x + 2$

r. $16 - 4x = 4 - x$

g. $16 = x + 2$

s. $16 - 3x = 4 - x$

h. $16 = x + 4$

t. $16 - 4x = 4 - 2x$

i. $16 = x - 4$

u. $16 - 5x = 4 - 3x$

j. $-16 = x - 4$

v. $16 - 5x = 1 \cdot (4 - 3x)$

k. $-16 = -x - 4$

x. $16 - 5x = 2 \cdot (4 - 3x)$

l. $16 = x + 4$

y. $16 - \frac{5x}{2} = 2 \cdot (4 - 3x)$

m. $x + 4 = 16$

z. $16 - \frac{5x}{2} = 2 \cdot (4 - \frac{3x}{2})$

Actividad 7: A continuación se presentan 4 ejercicios que comparten la misma respuesta. Encuentra el valor faltante de cada ejercicio para que la respuesta sea la señalada en el centro.

Resuelve la siguiente ecuación:

$$\underline{\hspace{2cm}}x + 8 = -x + 6$$

¿Cuál es el valor de m para que la siguiente ecuación tenga como solución $x = -1$?

$$6x + 4 = x + m + \underline{\hspace{2cm}}$$

Resuelve la siguiente ecuación:

$$\frac{3}{2}x = \underline{\hspace{2cm}}$$

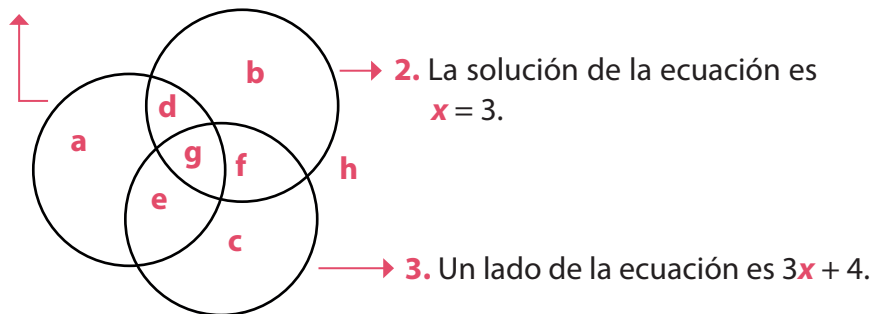
Resuelve la siguiente ecuación

$$-2x - 3,5 = \underline{\hspace{2cm}}x + 0,5$$

La respuesta es -2

Actividad 8: Considera el siguiente 'Diagrama de Venn'. En este diagrama hay 8 secciones: a, b, c, d, e, f, g, h y cada sección cumple una, ninguna o más de una indicación:

1. La ecuación tiene términos con x en ambos lados.



Crea una ecuación que pertenezca en las siguientes regiones.

- **a** cumple la condición 1 y no cumple con la condición 2 ni 3.
- **b** cumple la condición 2 y no cumple con la condición 1 ni 3.
- **c** cumple la condición 3 y no cumple con la condición 1 ni 2.
- **d** cumple con las condiciones 1 y 2, pero no cumple con la 3.
- **e** cumple con las condiciones 1 y 3, pero no cumple con la 2.
- **f** cumple con las condiciones 2 y 3, pero no cumple con la 1.
- **g** cumple con las condiciones 1, 2 y 3.
- **h** no cumple ninguna de las condiciones.

Encuentra un ejemplo que puede servir para cada elemento. En caso de que no sea posible encontrar un elemento, fundamenta tus razones.

a = _____

b = _____

c = _____

d = _____

e = _____

f = _____

g = _____

h = _____

Objetivo de la clase 2

Reconocer los elementos presentes en ecuaciones lineales con dos incógnitas.

Recuerda que...

Una ecuación de primer grado con dos incógnitas o ecuación lineal con dos incógnitas corresponde a una expresión de la forma $\frac{a}{b} + \frac{b}{y} = c$, donde a , b y c son números racionales (a y b son distintos de 0). Si se despeja y , estas ecuaciones se pueden escribir como $y = -\frac{a}{b}x + \frac{c}{b}$. Algunos ejemplos de ecuaciones lineales con dos incógnitas:

$$\begin{aligned}2 + x &= y \\ x - y &= 9 \\ 2(3 + y + x) &= \frac{2y}{7} - x\end{aligned}$$

En una ecuación lineal con una incógnita hay una única solución que satisface la igualdad. En una ecuación lineal con dos incógnitas hay infinitas soluciones. Cada solución se presenta en la forma de un par ordenado, es decir, un elemento de la forma (x,y) donde el primer elemento siempre hará referencia a una de las incógnitas, y el otro a la segunda. Por ejemplo, la ecuación $x + y = 100$ tiene como algunas de sus soluciones:

$$\begin{aligned}(0,100) \\ (100,0) \\ (50,50) \\ (70,30) \\ (-60,160) \\ (19,1,80,9) \\ (\frac{150}{2}, \frac{50}{2})\end{aligned}$$

Muchas situaciones de la vida cotidiana se pueden expresar como ecuaciones lineales con dos incógnitas. Algunos ejemplos de ello:

La suma de los valores de dos monedas es 150 : $x + y = 150$
 La diferencia de edades de dos personas es 20 : $x - y = 20$
 El doble de la nota de una persona es igual al de otra: $2x = y$

Actividades

Actividad 1: Identifica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifica todas las respuestas.

a. $x + y = 4$ es una suma ecuación lineal con dos incógnitas. _____

b. La solución de $x + x = 100$ es $x = 50$. _____

c. La ecuación $x + 2 = -20x$ tiene dos incógnitas. _____

d. La solución de $-\frac{3x}{4} = 1$ es $x = \frac{4}{3}$. _____

e. $x - y$ es una ecuación de primer grado. _____

Actividad 2: Representa cada ecuación de la forma $y = mx + n$, completando el desarrollo faltante de cada ejercicio hasta resolverlo.

a.

$$-4x - 2y = \frac{1}{6}$$

$$-4x - 2y = \frac{1}{6} / \cdot 6$$

$$-4x \cdot 6 - 2y \cdot 6 = \frac{1}{6} \cdot 6$$

$$-24x - 12y = 1 / + 24x$$

$$-24x + 24x - 12y = 1 + 24x$$

$$-12y = 1 + 24x / : -12$$

$$\frac{-12y}{-12} = \frac{1}{-12} + \frac{24x}{-12}$$

$$y = -\frac{1}{12} - 2x$$

y =

b.

$$-99x = x + 25 + 5y$$

$$-99x = x + 25 + 5y / -x$$

$$-99x - x = x - x + 25 + 5y$$

$$-100x = 25 + 5y / -25$$

$$-100x - 25 = 25 - 25 + 5y$$

$$-100x - 25 = 5y / : 5$$

$$-\frac{100x}{5} - \frac{25}{5} = \frac{5y}{5}$$

y = -20x - 5

c.

$$\begin{aligned} -x - y + 8 &= -2y - 2x \\ -x - y + 8 &= -2y - 2x / + 2y \\ -x - y + 2y + 8 &= -2y + 2y - 2x \\ -x + y + 8 &= -2x / + x \\ -x + x + y + 8 &= -2x + x \\ y + 8 &= -x \end{aligned}$$

d.

$$10x - 2y + 22 = 0$$

Actividad 3: Determina 3 pares ordenados (x,y) que cumplan cada ecuación. Completa los valores faltantes para cada uno de los desarrollos.

a.

$$\begin{aligned} x + y &= 11 \\ x + y &= 11 / -x \\ x - x + y &= 11 - x \\ y &= 11 - x \\ y &= -x + 11 \end{aligned}$$

Primer par ordenado

$$\begin{aligned} x &= 1 \\ y &= -(1) + 11 \\ y &= -1 + 11 \\ y &= 10 \end{aligned}$$

Segundo par ordenado

$$\begin{aligned} x &= 0 \\ y &= -(0) + 11 \\ y &= 11 \end{aligned}$$

Tercer par ordenado

$$\begin{aligned} x &= -2 \\ y &= -(-2) + 11 \\ y &= 2 + 11 \\ y &= 13 \end{aligned}$$

Pares ordenados:

$$(\underline{\quad}, \underline{\quad})$$

$$(\underline{\quad}, \underline{\quad})$$

$$(\underline{\quad}, \underline{\quad})$$

b.

$$\begin{aligned} 3x - y &= 12 \\ 3x - y &= 12 / -3x \\ 3x - 3x - y &= 12 - 3x \\ -y &= 12 - 3x / \cdot -1 \\ -y \cdot -1 &= 12 \cdot -1 - 3x \cdot -1 \\ y &= -12 + 3x \\ y &= 3x - 12 \end{aligned}$$

Primer par ordenado

$$\begin{aligned} x &= 3 \\ y &= 3(3) - 12 \\ y &= 9 - 12 \\ y &= -3 \end{aligned}$$

Segundo par ordenado

$$x = -5$$

Tercer par ordenado

$$\begin{aligned} x &= \frac{1}{3} \\ y &= 3\left(\frac{1}{3}\right) - 12 \end{aligned}$$

Pares ordenados:


$$(\underline{\quad}, \underline{\quad})$$

$$(-5, 3)$$

$$\left(\frac{1}{3}, -11\right)$$

Tu turno

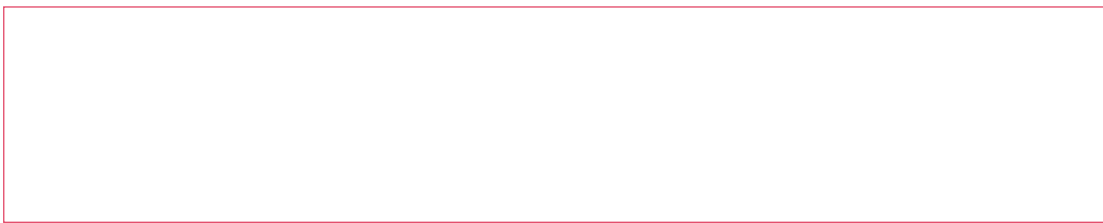
c.



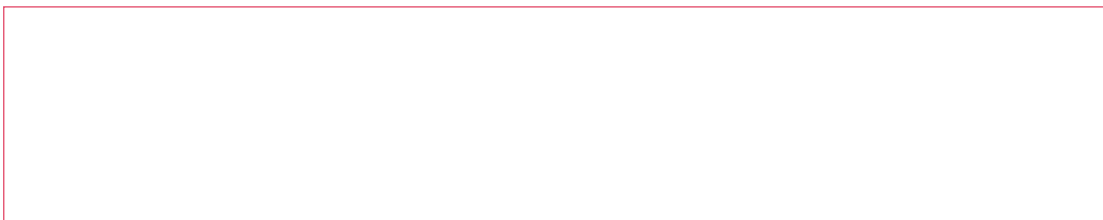
Primer par ordenado



Segundo par ordenado



Tercer par ordenado



Pares ordenados:



Actividad 4: Analiza el siguiente ejercicio desarrollado incorrectamente. Contesta la pregunta de reflexión y resuelve los ejercicios propuestos.

Ejercicio incorrecto de Karina

Plantea la ecuación que modela la siguiente situación: "El triple de la edad de Pedro y la edad de Kevin suman 52".

El triple de la edad de Pedro:

$$3x$$

La edad de Kevin: x

El triple de la edad de Pedro y la edad de Kevin suman 52:

$$3x + x = 52$$

X

Reflexión

Karina planteó de forma correcta el triple de la edad de Pedro, ya que $3x$ es un término donde se evidencia que hay un valor que se triplica. El valor de x , entonces, sería la edad de Pedro.

Por otro lado, si Karina indica que la edad de Kevin es x , está señalando que Pedro y Kevin tienen la misma edad, lo cual no necesariamente es cierto. Es por ello que debió modelar la edad de Kevin con otra variable, por ejemplo, y, z, a o b , entre otras.

Responde

¿Cómo cambia el ejercicio si en vez del triple de la edad de Pedro, el enunciado hablara de la mitad de la edad de Pedro?

Tu turno

Plantea la ecuación que modela la siguiente situación: La diferencia entre cinco veces la edad de Joaquín y el doble de la edad de Camila es 15.

Actividad 5: Resuelve las siguientes ecuaciones que contienen la expresión $x + 3$.

Resuelve la siguiente ecuación:

$$3(x + 3) = 6x$$

Resuelve la siguiente ecuación:

$$\frac{x+3}{3} = 6x$$

Resuelve la siguiente ecuación:

$$\frac{x+3}{3} + \frac{x+3}{6} = 6x$$

Resuelve la siguiente ecuación:

$$\frac{x+3}{3} - \frac{x+3}{6} = 6x$$

Actividad 6: Modela las siguientes situaciones utilizando ecuaciones lineales con dos incógnitas. Desde el ejercicio b, sigue los siguientes pasos entre cada uno de los ejercicios:

- **Reflexionar:** Entre preguntas, observar todo lo que haya cambiado y todo lo que se haya mantenido igual.
 - **Anticipar:** Suponer cómo se verá la respuesta del nuevo ejercicio. No es necesario que pienses en un número en particular, puede ser en relación a si la respuesta aumentará, cambiará de signo o si se mantendrá igual.
 - **Chequear:** Realizar el nuevo ejercicio para corroborar si su anticipación fue correcta.
 - **Explicar:** Explicar cómo la relación encontrada en el paso 1 se relaciona con el resultado obtenido en el paso 3.
- a. La cantidad de dulces de Karen sumada a la cantidad de chocolates de Leandro es 40. _____
 - b. La edad de Karen sumada a la edad de Leandro es 40. _____
 - c. La edad de Juan sumada a la edad de Francisca es 40. _____
 - d. La edad de Francisca sumada a la edad de Juan es 40. _____
 - e. La edad de Francisca sumada a la edad de Juan es 30. _____
 - f. La diferencia entre la edad de Francisca y la edad de Juan es 30. _____
 - g. La diferencia entre la mitad de la edad de Francisca y la edad de Juan es 30. _____

h. La diferencia entre la mitad de la edad de Francisca y el triple de la edad de Juan es 30.

i. El exceso de la mitad de la edad de Francisca sobre el triple de la edad de Juan es 30.

j. El exceso del triple de la edad de Francisca sobre la mitad de la edad de Juan es 30.

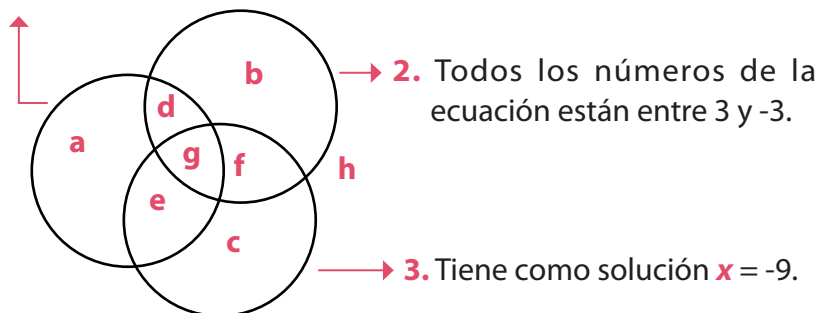
k. El triple de la edad de Francisca es igual al exceso de la mitad de la edad de Juan sobre 30.

l. El exceso del triple de la edad de Francisca sobre 50 es igual al exceso de la mitad de la edad de Juan sobre 30.

m. El exceso de 50 sobre el triple de la edad de Francisca es igual al exceso de la mitad de la edad de Juan sobre 30.

Actividad 7: Considera el siguiente 'Diagrama de Venn'. En este diagrama hay 8 secciones: a, b, c, d, e, f, g, h y cada sección cumple una, ninguna o más de una indicación:

1. A un lado de la ecuación hay un 3.



2. Todos los números de la ecuación están entre 3 y -3.

3. Tiene como solución $x = -9$.

Crea una ecuación que pertenezca en las siguientes regiones.

- **a** cumple la condición 1 y no cumple con la condición 2 ni 3.
- **b** cumple la condición 2 y no cumple con la condición 1 ni 3.
- **c** cumple la condición 3 y no cumple con la condición 1 ni 2.
- **d** cumple con las condiciones 1 y 2, pero no cumple con la 3.
- **e** cumple con las condiciones 1 y 3, pero no cumple con la 2.
- **f** cumple con las condiciones 2 y 3, pero no cumple con la 1.
- **g** cumple con las condiciones 1, 2 y 3.
- **h** no cumple ninguna de las condiciones.

Encuentra un ejemplo que puede servir para cada elemento. En caso de que no sea posible encontrar un elemento, fundamenta tus razones.

a = _____

b = _____

c = _____

d = _____

e = _____

f = _____

g = _____

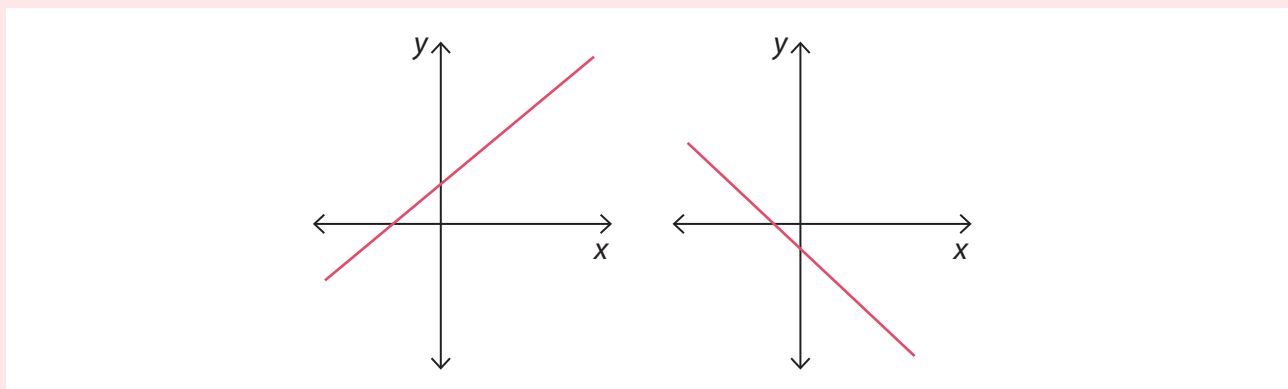
h = _____

Objetivo de la clase 3

Graficar ecuaciones lineales con dos incógnitas.

Recuerda que...

Una ecuación de primer grado con dos incógnitas o ecuación lineal con dos incógnitas es graficada en forma de recta en un plano cartesiano, donde se evidencia la relación entre las variables x e y . Esta ecuación tiene infinitas soluciones, y cada una de ellas es un punto (par ordenado) por el cual pasa la recta. En una recta con forma $y = mx + n$ cualquier punto (x,y) que sea solución de la ecuación debe satisfacer la respectiva igualdad.




La pendiente en una recta indica la inclinación de esta. Una recta con una pendiente que va aumentando hará que el ángulo entre la recta y el eje x sea mayor. El coeficiente de posición es el valor que señala el punto donde la recta intercepta al eje y .

$$y = \overset{\text{Pendiente}}{\circledast m} x + \overset{\text{Coeficiente de posición}}{\circledast n}$$

El procedimiento para graficar una recta se puede resumir en los siguientes pasos:

- expresar la recta en la forma $y = mx + n$,
- reemplazar valores arbitrarios de x en la ecuación y calcular sus respectivos y ,
- agrupar en pares ordenados los x con las y respectivas,
- graficar los pares ordenados en el plano cartesiano,
- trazar la recta que une todos los puntos.

Actividad 1: Analiza el siguiente ejercicio desarrollado incorrectamente. Contesta la pregunta de reflexión y resuelve los ejercicios propuestos.

<p>Ejercicio incorrecto de Nicolás</p> <p>Comprueba si (3,4) pertenece a la recta $3x + 7 = 4y$</p> $(3,4), y = 3, x = 4$ $3x + 7 = 4y$ $3(4) + 7 = 4(3)$ $12 + 7 = 12$ $19 \neq 12$ <p>Dado que 19 es un valor distinto a 12, el punto (3,4) no pertenece a la recta $3x + 7 = 4y$.</p> 	<p>Reflexión</p> <p>Nicolás identificó que debía reemplazar (3,4) en la ecuación, pero se equivocó al pensar que el primer número del par ordenado hace referencia a y y el segundo a x, dado que es al revés. El primer paso debió ser:</p> $(3,4), x = 3, y = 4.$ <p>Responde</p> <p>Si Nicolás hubiese identificado x e y correctamente, ¿qué debería haber ocurrido al final del ejercicio para que Nicolás estuviera seguro que el punto sí pertenece a la recta?</p> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>	<p>Tu turno</p> <p>Comprueba si (5,6) pertenece a la recta</p> $10x - 14 = 5y + 6$ <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>
--	--	---

Actividad 2: Determina la pendiente y coeficiente de posición de las siguientes rectas. Completa los valores faltantes para cada uno de los desarrollos.

a.

$$-2x + 8 = 2y + 10$$

$$-2x + 8 = 2y + 10 / - 10$$

$$-2x - 2 = 2y / : 2$$

$$-\frac{2x}{2} - \frac{2}{2} = \frac{2y}{2}$$

$$-x - 1 = y$$

$$y = -x - 1$$

$$y = -1 \cdot x - 1$$

Pendiente:

Coeficiente de posición:

b.

$$x = 6y - x + 6$$

$$x = 6y - x + 6 / + x$$

$$2x = 6y + 6 / - 6$$

$$2x - 6 = 6y / : 6$$

$$\frac{2x}{6} - \frac{6}{6} = \frac{6y}{6}$$

$$\frac{2x}{6} - 1 = y$$

$$y = \frac{2x}{6} - 1$$

Pendiente:

Coeficiente de posición:

c.

$$-3 + 9x + y = 6$$

$$-3 + 9x + y = 6 / + 3$$

$$9x + y = 9 / - 9x$$

$$y = \frac{9 - 9x}{1}$$

$$y = 9 - 9x$$

Pendiente:

Coeficiente de posición:

d.

$$x - y = 48 / - x$$

$$-y = 48 - x / \cdot -1$$

$$y = -48 + x$$

$$y = x - 48$$

Pendiente:

Coeficiente de posición:

Actividad 3: Grafica las siguientes ecuaciones lineales. Completa los valores faltantes para cada uno de los desarrollos.

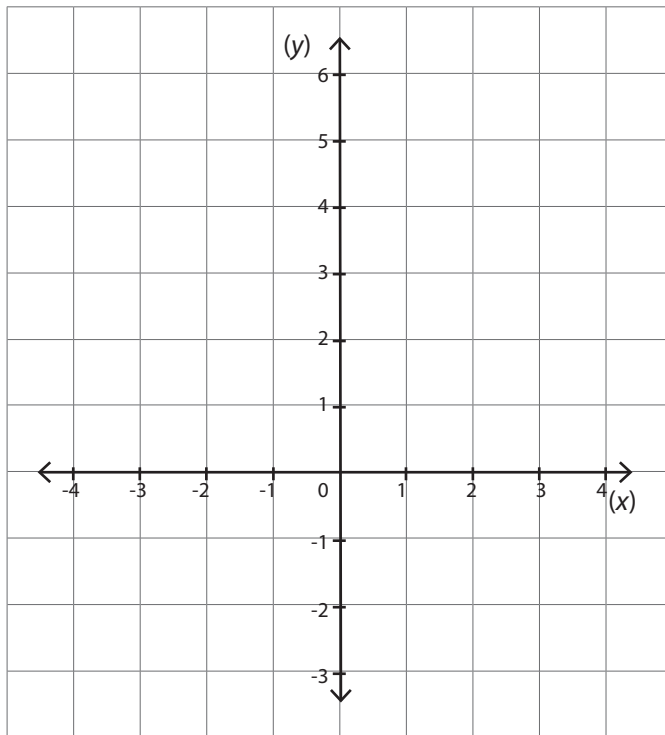
a.

$$y + x = 1$$

$$y + x = 1 / -x$$

$$y = -x + 1$$

x	$y = -x + 1$	(x,y)
-1	$y = -(-1) + 1 = 2$	(-1,2)
0	$y = -(0) + 1 = 1$	(0,1)
1	$y = -(1) + 1 = 0$	(1,0)
2	$y = -(2) + 1 = -1$	(2,-1)



b.

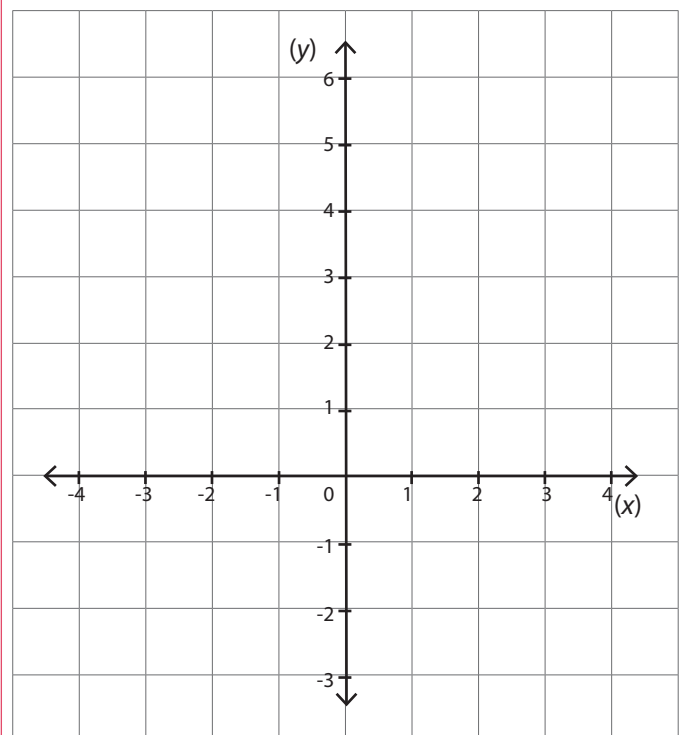
$$y - x = 2$$

$$y - x = 2 / +x$$

$$y = 2 + x$$

$$y = x + 2$$

x	$y = x + 2$	(x,y)
-1	$y = (-1) + 2 = 1$	(-1,1)
0	$y = (0) + 2 = 2$	(0,2)
1	$y = (1) + 2 = 3$	(1,3)
2	$y = (2) + 2 = 4$	(2,4)



c.

$$6 - 2y = 4x$$

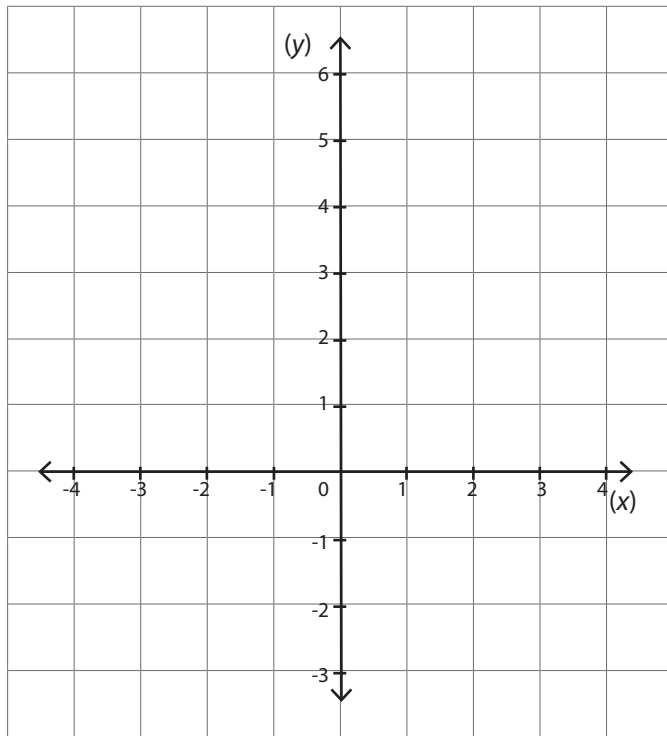
$$6 - 2y = 4x / -6$$

$$-2y = 4x - 6 / : -2$$

$$\frac{-2y}{-2} = \frac{4x}{-2} - \frac{6}{-2}$$

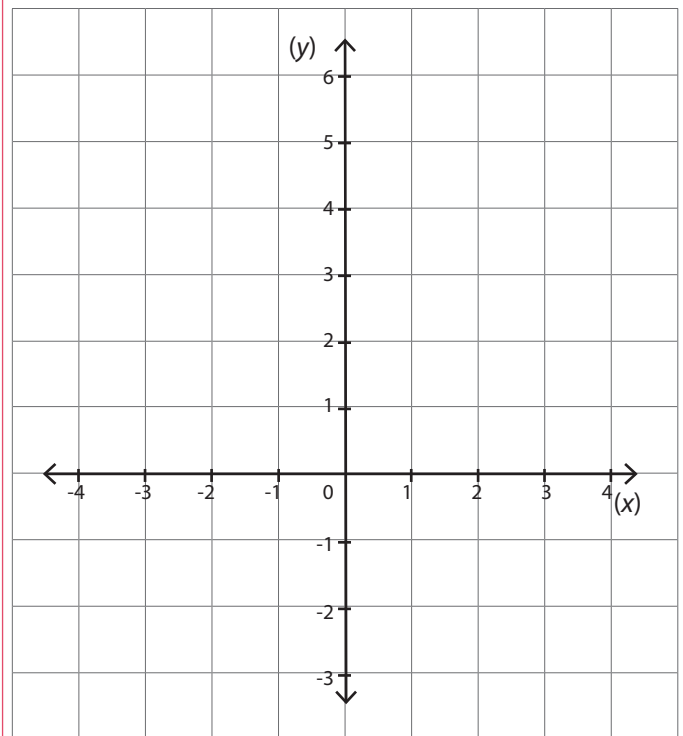
$$y = -2x + 3$$

x	y = -2x + 3	(x,y)



d.

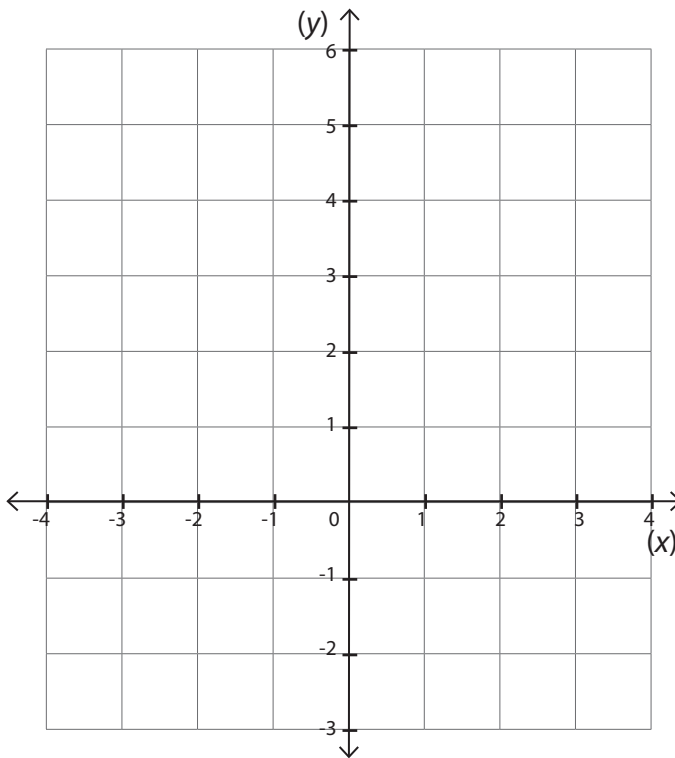
$$0 = 3x - 3y + 12$$



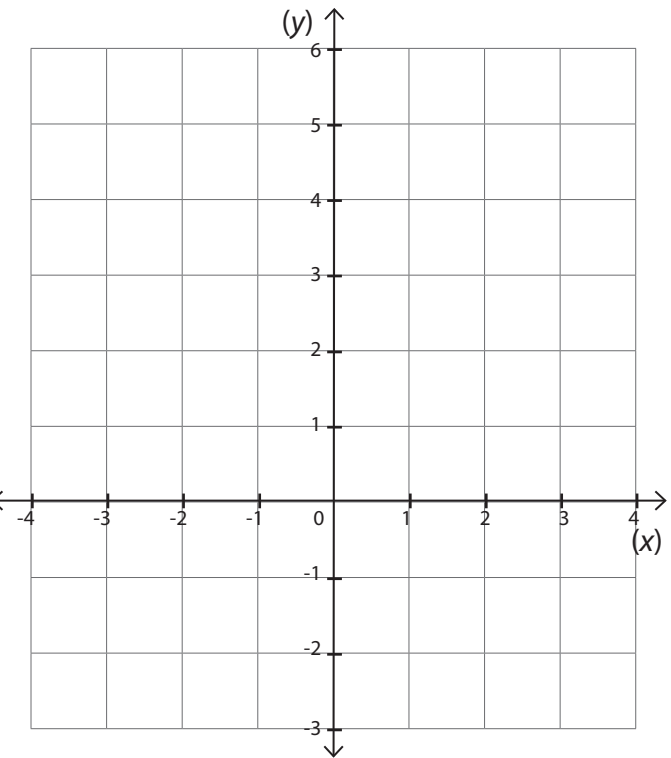
Actividad 4: Grafica en tu cuaderno de matemática las siguientes rectas. Desde el ejercicio b, sigue los siguientes pasos entre cada uno de los ejercicios:

- **Reflexionar:** Entre preguntas, observar todo lo que haya cambiado y todo lo que se haya mantenido igual.
- **Anticipar:** Suponer cómo se verá la respuesta del nuevo ejercicio. No es necesario que pienses en un número en particular, puede ser en relación a si la respuesta aumentará, cambiará de signo o si se mantendrá igual.
- **Chequear:** Realizar el nuevo ejercicio para corroborar si su anticipación fue correcta.
- **Explicar:** Explicar cómo la relación encontrada en el paso 1 se relaciona con el resultado obtenido en el paso 3.

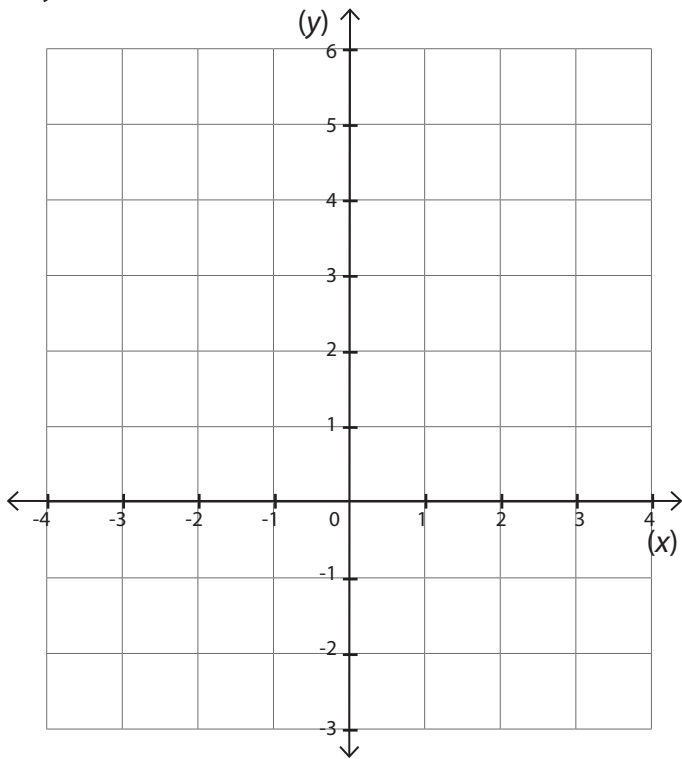
a. $y - x = 0$



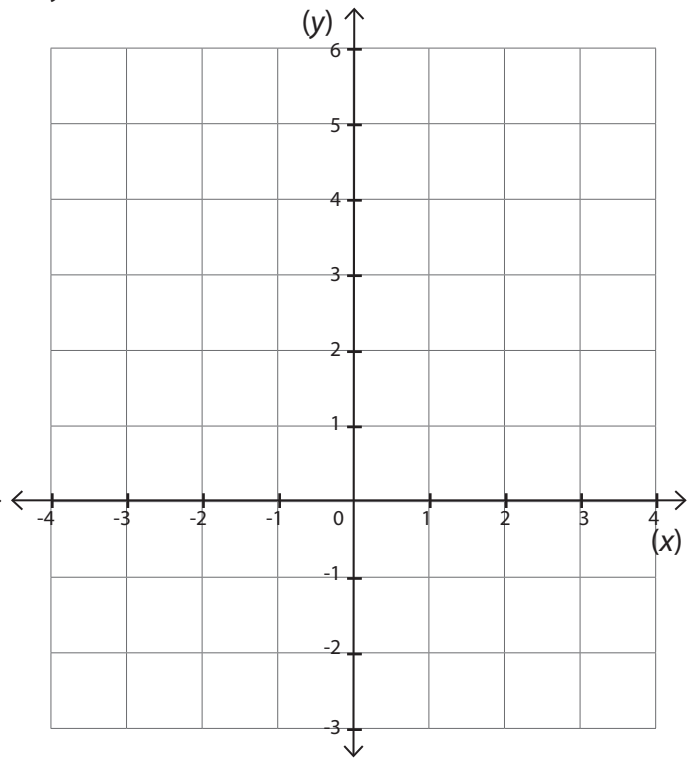
b. $y = x$



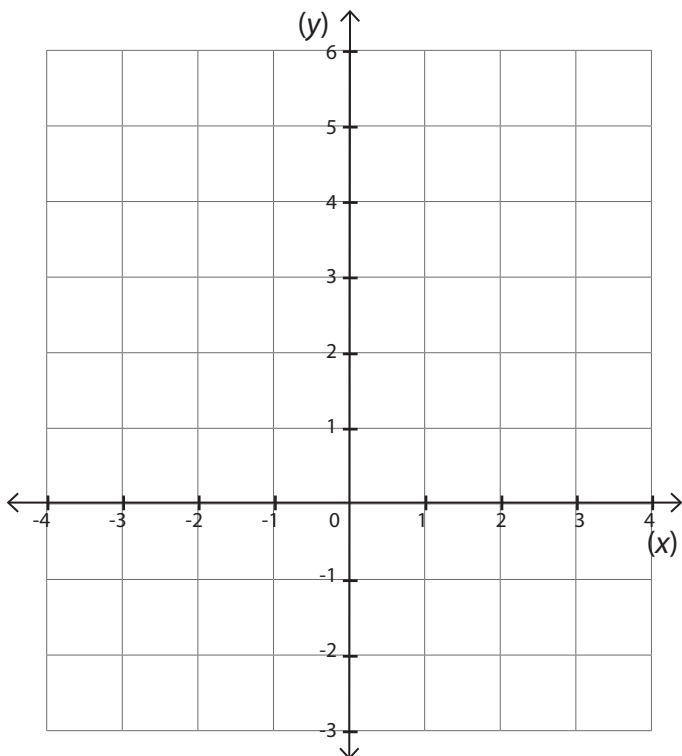
c. $y = 2x$



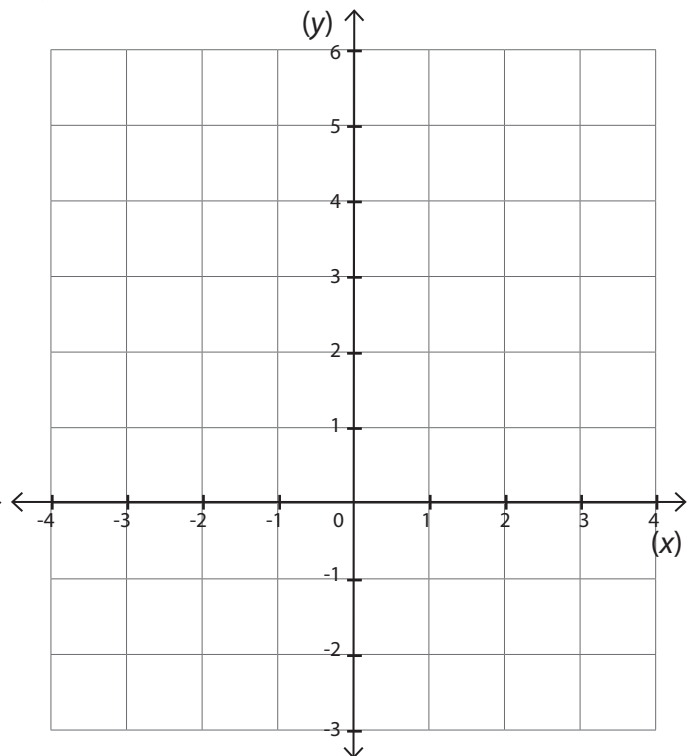
d. $y = 2x + 1$



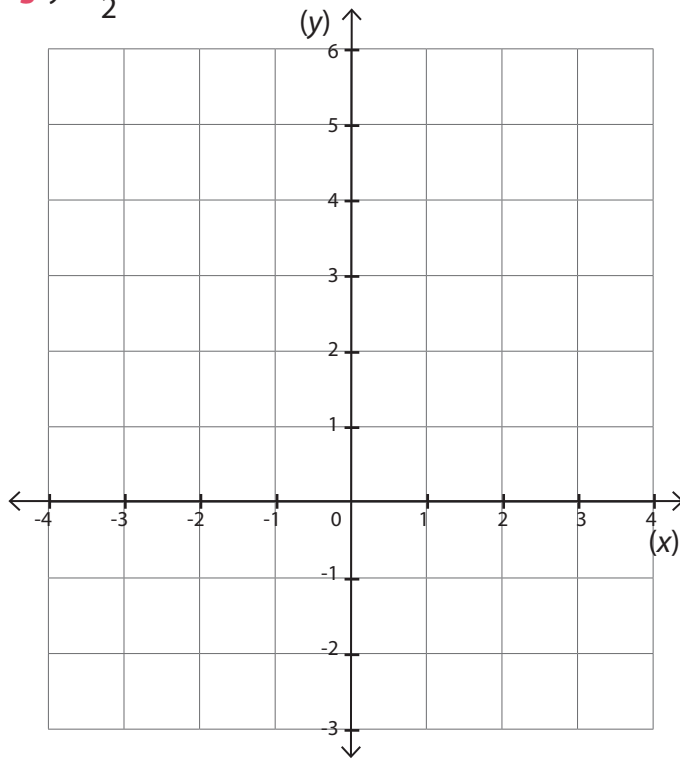
e. $y = 2x - 1$



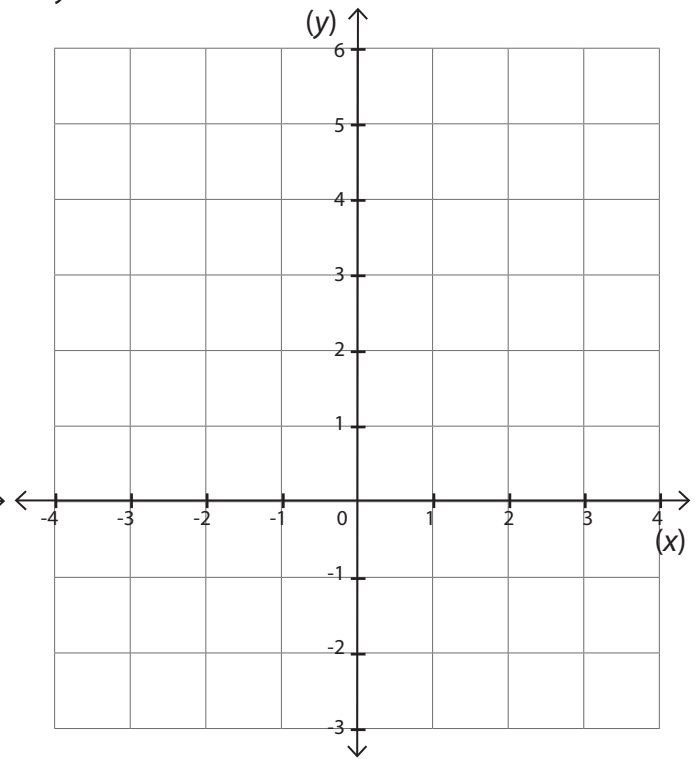
f. $y = x - 1$



g. $y = \frac{1}{2}x - 1$



h. $y = 0 \cdot x - 1$



Actividad 5: Resuelve los siguientes ejercicios que contienen la expresión $3x + 12$.

a.
Factoriza $3x + 12$

b.
Encuentra el valor de $3x + 12$ cuando $x = -5$

c.
Resuelve $3x + 12 = 6$

d.
¿Pasa la recta $y = 3x + 12$ por el punto $(1,16)$?
Explica.

Actividad 6: Resuelve los siguientes ejercicios que contienen la recta $y = 56 - 14x$.

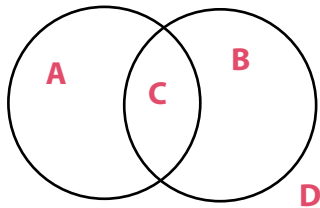
<p>a. Encuentra el valor de y cuando $x = -3$.</p>	<p>b. Factoriza el lado derecho de la ecuación.</p>
<p>c. Resuelve la ecuación para $y = 63$. Simplifica la respuesta hasta que sea un número irreducible.</p>	<p>d. ¿Cuál es la pendiente y el coeficiente de posición de la recta?</p>

Actividad 7: A continuación se presentan 4 ejercicios con sus enunciados incompletos. Cada ejercicio tiene la misma respuesta, que se señala al centro del cuadro. Encuentra el valor faltante en el enunciado de cada ejercicio para que la respuesta de este sea la señalada en el centro.

<p>a. ¿Cuál es la pendiente de la recta</p> $\frac{2y}{3} - 4 = \text{_____} x?$	<p>b. ¿Cuál debe ser el valor de k en $y = 3x + 4k - \text{_____}$ para que $(1, -10)$ pertenezca a la recta?</p>
<p>La respuesta es 5</p>	
<p>c. ¿Cuál es la coordenada x del punto $(x, \text{_____})$ por el cual pasa la recta $4 = y + x$?</p>	<p>d. ¿Cuál es el coeficiente de posición de una recta que pasa por el punto $(0, \text{_____})$?</p>

Actividad 8: Considera el siguiente 'Diagrama de Venn'. En este diagrama hay 4 secciones: a, b, c, d y cada sección cumple una, ninguna o más de una indicación:

1. La pendiente está entre 1 y -1



2. Pasa por (1,1)

Escribe una ecuación de una recta que pertenezca a las siguientes regiones.

- **a** cumple la condición 1 y no cumple con la condición 2.
- **b** cumple la condición 2 y no cumple con la condición 1.
- **c** cumple con las condiciones 1 y 2.
- **d** no cumple ninguna de las condiciones.

Encuentra un ejemplo de ecuación lineal que puede servir para cada elemento. En caso de que no sea posible encontrar un elemento, fundamenta tus razones.

a = _____

b = _____

c = _____

d = _____

Objetivo de la clase 4

Reconocer las características de los sistemas de ecuaciones.

Recuerda que...

Un sistema de ecuaciones es un conjunto de ecuaciones que puede tener una cantidad dada de incógnitas. En esta unidad trabajaremos específicamente con sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

$$ax + by = c$$

$$dx + ey = f$$

Una ecuación lineal con dos incógnitas tiene infinitas soluciones, pero un sistema de ecuaciones podría tener ninguna, una o infinitas soluciones. La solución de un sistema de ecuaciones es un par ordenado que debe satisfacer todas y cada una de las ecuaciones del sistema, en caso contrario, no es solución del sistema.

Muchas situaciones de la vida cotidiana se pueden expresar como sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas. Para esto se identifican las incógnitas que se quieren conocer y se expresa el sistema. Por ejemplo:

La diferencia entre dos números es 40 y la suma de ellos es 14.

$$x - y = 40$$

$$x + y = 14$$

Actividad 1: Identifica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifica todas las respuestas.

a. El sistema $\begin{cases} 5x + y = 7 \\ 3x - y = 11 \end{cases}$ tiene 4 incógnitas y 2 ecuaciones. _____

b. $\begin{cases} 5 + 6 = x \\ 1 + 4 = x \end{cases}$ es un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas. _____

c. Todos los sistemas de ecuaciones tienen dos incógnitas. _____

d. $4x = 16$
 $-2x + y = 19$ es un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas. _____

e. Todos los sistemas de ecuaciones tienen dos ecuaciones. _____

Actividad 2: Comprueba si los siguientes pares ordenados son solución de los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas. Completa los valores faltantes para cada uno de los desarrollos.

a. (3,4) en el sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} x + y &= 7 \\ -2x - y &= -10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) + (4) &= 7 \\ 3 + 4 &= 7 \\ 7 &= 7 \end{aligned}$$

$$-2(3) - (4) = -10$$

$$\boxed{} = -10$$

$$\boxed{} = -10$$

Como ambas igualdades se cumplen, el par ordenado sí es una solución al sistema.

b. (1,7) en el sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} 38 &= 3x + 5y \\ 15 &= 6x - y \end{aligned}$$

$$38 = \boxed{}$$

$$38 = \boxed{}$$

$$38 = \boxed{}$$

$$15 = 6(1) - 7$$

$$15 = 6 - 7$$

$$15 \neq -1$$

Como la primera igualdad se cumple pero la segunda no, el par ordenado no es una solución al sistema.

c. (-1,-10) en el sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} -y - 4x &= 41 \\ -11 &= x + y \end{aligned}$$

$$-(-10) - 4(-1) = 41$$

$$10 + 4 = 41$$

$$\boxed{} \neq \boxed{}$$

$$-11 = (-1) + (-10)$$

$$-11 = -1 - 10$$

$$\boxed{} = \boxed{}$$

Como la segunda igualdad se cumple pero la primera no, el par ordenado no es una solución al sistema.

d. (-2,-0,5) en el sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} 10x - 6y &= -17 \\ -3 &= x + 2y \end{aligned}$$

$$10(-2) - 6(-0,5) = -17$$

$$-20 + 3 = -17$$

$$-17 = -17$$

$$-3 = (-2) + 2(-0,5)$$

$$-3 = -2 - 1$$

$$-3 = -3$$

Actividad 3: Sabiendo el valor de una incógnita de una ecuación, calcula el valor de la otra. Completa el desarrollo faltante de cada ejercicio hasta resolverlo.

a.

$$7x + 8y = 10$$

Calcula x sabiendo que $y = -2$.

$$7x + 8(-2) = 10$$

$$7x - 16 = 10 / + 16$$

$$7x = 26 / : 7$$

$$x =$$

b.

$$-3x + 3 = -4 + 4y$$

Calcula y sabiendo que $x = -8$.

$$-3(-8) + 3 = -4 + 4y$$

$$24 + 3 = -4 + 4y$$

c.

$$16x - y = 50$$

Calcula y sabiendo que $x = \frac{1}{2}$.

$$16\left(\frac{1}{2}\right) - y = 50$$

d.

$$\frac{1}{2}x + \frac{y}{4} = 11$$

Calcula y sabiendo que $x = 3$.

a. La diferencia entre dos números es 50 y su suma es 20.

b. La diferencia entre dos números es 20 y su suma es 20.

c. La suma de dos números es 50 y su diferencia es 20.

d. La suma de dos números es 60 y su diferencia es 20.

e. La suma de dos números es 60 y su diferencia es 30.

f. Las edades de dos personas suman 60 y la diferencia entre ellas es 30.

g. Una persona es 60 años mayor que otra y la más joven tiene 30 años.

h. Una persona tiene 60 años y es 30 años menor que otra.

Actividad 6: Resuelve los siguientes ejercicios que contienen la expresión 50.

a. Gerardo tiene dos reglas. Una mide 50 cm más que la otra y los largos de ambas suman 70 cm. Plantea un sistema de ecuaciones que represente la situación.

b. Gerardo tiene 50 dulces de sabores que pueden ser de naranja o limón. La cantidad de dulces de naranja es el doble que los de limón. Plantea un sistema de ecuaciones que represente la situación.

c. En conjunto, a Gerardo y Manuel les faltan 50 láminas para terminar sus álbumes coleccionables. A Gerardo le faltan 2 láminas más que a Manuel. Plantea un sistema de ecuaciones que represente la situación.

d. Calcula el volumen de un cono de radio 50 cm y altura 1 cm. Considera $\pi \approx 3$.

Actividad 7: A continuación se presentan 4 ejercicios que comparten la misma respuesta. Encuentra el valor faltante de cada ejercicio para que la respuesta sea la señalada en el centro.

a. Sabiendo que $x = -1$, calcula el valor de y en

$$y = 3x + \underline{\hspace{2cm}}$$

b. ¿Cuánto debe valer k para que la siguiente ecuación no tenga infinitas soluciones?

$$y = 3x + 4 - kx + x \cdot \underline{\hspace{2cm}}$$

La respuesta es 10

c. El siguiente sistema de ecuaciones modela la situación "dos números suman 100 y uno es 10 veces el otro". ¿Cuál es el valor de k ?

$$\begin{aligned} x + y &= \underline{\hspace{2cm}} \\ kx &= y \end{aligned}$$

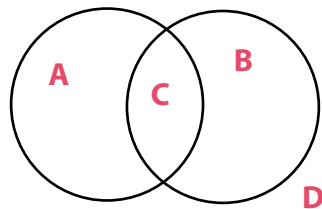
d. Al comprobar si $(-2, -7)$ era solución del sistema

$$\begin{aligned} 2x - 3y &= 17 \\ kx + 10y &= \underline{\hspace{2cm}} \end{aligned}$$

Se obtuvo que todas las igualdades se cumplían. ¿Cuál debería ser el valor de k entonces?

Actividad 8: Considera el siguiente 'Diagrama de Venn'. En este diagrama hay 4 secciones: a, b, c, d y cada sección cumple una, ninguna o más de una indicación:

1. $y = x + 3$



2. $y = -2x - 3$

Piensa en un par ordenado que pertenezca en cada región.

- **a** cumple la condición 1 y no cumple con la condición 2.
- **b** cumple la condición 2 y no cumple con la condición 1.
- **c** cumple con las condiciones 1 y 2.
- **d** no cumple ninguna de las condiciones.

Encuentra un ejemplo que puede servir para cada elemento. En caso de que no sea posible encontrar un elemento, fundamenta tus razones.

a = _____

b = _____

c = _____

d = _____

Actividad 9: Selecciona la alternativa correcta a las siguientes preguntas.

1. ¿Cuál de los siguientes puntos pertenece a la recta $y = -3x$?

- a.** $(-2,6)$
- b.** $(-6,-2)$
- c.** $(2,6)$
- d.** $(6,-2)$

2. Una recta con pendiente 4 pasa por el punto $(1,7)$. ¿Cuál es la ecuación?

- a.** $y = 7x + 4$
- b.** $y = 4x + 7$
- c.** $y = 4x + 6$
- d.** $y = 4x + 3$

3. ¿Cuál de los siguientes puntos es una solución del siguiente sistema de ecuaciones?

$$\begin{aligned}3x - 7y &= -1 \\6x + 7y &= 10\end{aligned}$$

- a.** $(\frac{1}{2}, -5)$
- b.** $(-5, \frac{1}{2})$
- c.** $(1, \frac{4}{7})$
- d.** $(\frac{4}{7}, 1)$

4. ¿Cuál podría ser la segunda ecuación del sistema de ecuaciones para que su solución sea (1,1)?
 $x + y = 2$

- a. $-x - 7y = 0$
- b. $4y + x = 1$
- c. $\frac{1}{2}y - \frac{1}{2}x = 0$
- d. $5x + 4y = 3$

5. ¿Cuál de las siguientes alternativas es un sistema de ecuaciones con dos incógnitas?

a.	$x + y = -8$ $10 + 2 = 6$	b.	$2x - 5y = 4$ $10x + 2y = 6z$	c.	$1 + 7 = 8$ $10 + 2 = 12$	d.	$x = 3$ $y = 2$
----	------------------------------	----	----------------------------------	----	------------------------------	----	--------------------